



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA**

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**ASIGNACIÓN DE UNIDADES TÉRMICAS UTILIZANDO
RELAJACIÓN LAGRANGIANA**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA:

JESÚS CALDERÓN ROJAS

ASESORES:

DR. RICARDO OCTAVIO A. MOTA PALOMINO

DR. MOHAMED BADAoui



Ciudad de México

Diciembre, 2016



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14 BIS

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 17:00 horas del día 24 del mes de Noviembre del 2016 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E. S. I. M. E. para examinar la tesis titulada:

“ASIGNACIÓN DE UNIDADES TÉRMICAS UTILIZANDO RELAJACIÓN LAGRANGIANA”

Presentada por el alumno:

CALDERÓN
Apellido paterno

ROJAS
Apellido materno

JESÚS
Nombre(s)

Con registro:

B	1	4	0	8	6	6
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis


DR. RICARDO OCTAVIO ARTURO MOTA
PALOMINO
Presidente


DR. MOHAMED BADAQUI
Segundo Vocal


DR. DAVID ROMERO ROMERO
Tercer Vocal


DR. MOHAMED BADAQUI
Secretario


DR. GERMAN ROSAS ORTÍZ


DR. JAIME ROBLES GARCÍA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO


DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ



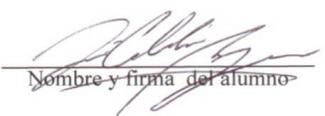


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 30 del mes de Noviembre del año 2016, el que suscribe Jesús Calderón Rojas alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, con número de registro B140866, adscrito(a) a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN, manifiesta que es el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Ricardo Octavio Arturo Mota Palomino y del Dr. Mohamed Badaoui y cede los derechos del trabajo titulado Asignación de Unidades Térmicas Utilizando Relajación Lagrangiana, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o directores del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones jescalroj@gmail.com, rmotap@ipn.mx, mathapl@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


Nombre y firma del alumno

Agradecimientos

A mi padre Jesús Calderón Salazar por su apoyo incondicional, su cariño y sus consejos a lo largo de toda mi vida, y con quien siempre voy a estar agradecido.

A mi madre Marcela Rojas González por sus consejos, bendiciones y todo el amor y sacrificio que una madre puede dar por sus hijos.

A mi hermana Fernanda Joselyn Calderón Rojas por siempre confiar en su hermano como un ejemplo, lo cual me ha alentado a seguir esforzandome.

A mi novia Mariela Fuentes Ojeda por todo su apoyo, cariño y consejos para seguir adelante aún en momentos complicados.

Al Dr. Ricardo Mota Palomino a quien le agradezco por dedicar parte de su tiempo y su confianza para concluir este trabajo, además de sus consejos que más allá de lo académico siempre fueron orientados a la superación profesional y personal.

Al Dr. Mohamed Badaoui por su invaluable compromiso con este trabajo al que siempre le dedicó un espacio de su tiempo, y por su confianza depositada en mi persona, además de todo su apoyo y sus consejos.

Al Dr. David Sebastián quién con sus consejos y sus charlas desde la licenciatura, el propedeútico y durante mi estancia en la maestría y fueron una importante motivación.

A mi jurado conformado por el Dr. David Romero Romero, Dr. Jaime Robles García, Dr. Germán Rosas Ortíz por su tiempo y por sus observaciones siempre con la intención de hacer de éste un mejor trabajo.

A todos mis compañeros de la sección, pues todos sin excepción de alguno, gozan de un

gran talento y me dió mucho gusto compartir las aulas y los pasillos con ellos, y en especial a mis amigos Edgar Morales, Filiberto Carrillo y Victor Vergara, por siempre brindarme su amistad en todo momento, y los cuales sin duda tendrán un gran éxito en el futuro.

Y en fin a todas las personas que me brindaron su apoyo, sus consejos y sus buenos deseos para concluir esta tan importante etapa de mi vida profesional, muchas gracias...

Resumen

En muchos países alrededor del mundo la industria eléctrica se direcciona hacia un marco competitivo y en un ambiente de mercado que está reemplazando el enfoque de operación centralizado del sistema eléctrico. El principal objetivo de los mercados de energía, es disminuir los costos de la energía eléctrica a través de la competencia, y México no es la excepción ya que promulgadas las recientes reformas en Diciembre de 2013, la iniciativa privada se hace partícipe del mercado eléctrico mayorista, permitiendo vender su energía o sus excedentes, abriendo una libre competencia a través de los precios de venta que dependen de los costos de producción y transporte. Una alternativa para competir es la inversión de nuevas tecnologías de generación que proporcionen un rendimiento superior al promedio con relación al consumo de los combustibles, lo que impacta directamente a los precios de oferta en el mercado. Debido a esto existe la necesidad de adaptar nuevos programas computacionales que son empleados como herramientas para enfrentar las demandas de los consorcios haciendo uso de la generación optimizada orientada a la búsqueda de la mejora en la oferta de precios.

Es por ello que en este trabajo se desarrolló una herramienta que hace uso de la técnica de la Relajación Lagrangiana, cuya metodología se basa principalmente en la programación dual en conjunto con la programación entera para determinar el esquema óptimo de la puesta en marcha y desconexión de las unidades térmicas convencionales con relación a la demanda requerida, tomando en consideración las curvas de costos así como las limitantes operativas de cada generador, con el objetivo de minimizar los costos de producción de energía para determinadas etapas de estudio.

Además dicha herramienta se diseñó con la finalidad de determinar la selección óptima de la configuración operativa que conforman a las centrales de ciclo combinado, tomando en cuenta dos metodologías, una en la que se consideran las curvas de costos de cada configuración y considerando una curva de costos aproximada a través de una regresión polinomial que describe el comportamiento del conjunto de configuraciones de la central.

Abstract

In many countries around the world the power industry is directed toward a competitive framework and a market environment that is replacing the operation approach centralized of power system. The main objective of energy markets is to reduce electricity costs through competition, and Mexico is no exception as enacted recent reforms in December 2013, private initiative is part of the wholesale electricity market, allowing sell energy or surplus, opening a free competition through selling prices that depend on production costs and transportation. An alternative is to compete through investment in new generation technologies to provide an above-average relative fuel consumption performance, which directly impacts the bid prices in the market. That is why there is a need to adapt new software that making use of the optimized generation oriented to the search of the improvement in the price offer.

It is for this reason that in this work a tool was developed that makes use of Lagrangian Relaxation technique, whose methodology is based mainly on the dual programming in conjunction with integer programming to determine the optimal scheme of the start-up and turn off, of the conventional thermal units with relation to the required demand, taking into account the cost curves as well as the operational limitations of each generator, in order to minimize energy production costs for certain stages of study.

In addition, this tool was designed and implemented for the optimal selection of the operational configuration that shape the combined cycle plants, taking into account two methodologies, one in which the cost curves of each configuration are considered and another one considering a curve of approximate costs obtained through a polynomial regression that describes the behavior of the set of configurations of the plant.

Índice general

Resumen	II
Abstract	III
Índice General	VII
Índice de Tablas	VIII
Índice de Figuras	X
Nomenclatura	XI
1. Aspectos Generales	1
1.1. El Sector Eléctrico en un Entorno de Mercado	2
1.2. Participantes del Mercado Eléctrico	3
1.3. Modelos de Competencia de Mercados	5
1.3.1. Modelo Monopólico	5
1.3.2. Modelo de Agente de Mercado	6
1.3.3. Competencia Mayorista	7
1.3.4. Competencia Minorista	7
1.4. Objetivo	9
1.5. Justificación	9
1.6. Alcances	9
1.7. Estructura de la Tesis	9
2. Fundamentos de la Optimización	11
2.1. Clasificación de Modelos de Optimización	11
2.2. Condiciones de Optimalidad	13

2.2.1.	Condiciones Necesarias y Suficientes	14
2.2.2.	Óptimo Local y Óptimo Global	15
2.2.3.	Condiciones de Optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker	16
2.2.4.	Existencia de Solución Óptima para Polinomios Convexos	17
2.2.5.	Existencia de Solución en el Punto Extremo	18
2.3.	Análisis Convexo	18
2.3.1.	Conjuntos Convexos	19
2.4.	Teorema de Relajación	20
2.5.	Relajación Lagrangiana y el Problema Dual	21
2.6.	Métodos de Solución para Programación Entera Mixta	24
2.6.1.	Programación Dinámica	24
2.6.2.	Ramas y Cotas	25
2.6.3.	Relajación de Lagrange	27
3.	Descripción y Asignación de Unidades Generadoras Térmicas	28
3.1.	Características de los Sistemas Térmicos	29
3.1.1.	Plantas de Ciclo Combinado	29
3.1.2.	Costos de la Operación de las Unidades Termoeléctricas	30
3.1.3.	Costos de Arranque	30
3.1.4.	Costo del Combustible en la Operación	31
3.1.5.	Costos Marginales del Combustible	34
3.2.	Problema de Asignación de Unidades	34
3.2.1.	Planteamiento del Problema	35
3.2.2.	Formulación Matemática del Problema de Asignación de Unidades	35
3.3.	Restricciones en la Operación de las Unidades Térmicas	37
3.3.1.	Límites Operativos	37
3.3.2.	Incremento y Decremento en la Generación	37
3.3.3.	Transición de Configuraciones para Centrales de Ciclo Combinado	37
3.3.4.	Modos de Operación Mútuamente Excluyentes	38
3.4.	Métodos de Solución del Programa de Asignación de Unidades	39
3.4.1.	Lista de Prioridad	39
3.4.2.	Programación Dinámica	39
3.4.3.	Método de Ramas y Cotas	40
3.4.4.	Método de Relajación Lagrangiana	41
3.4.5.	Programación Entera Mixta	41

3.4.6. Programación Lineal	41
4. Desarrollo del Algoritmo Empleado para el Problema de Asignación de Unidades	43
4.1. Algoritmo de Relajación Lagrangiana	43
4.2. Implementación de la Técnica de Relajación Lagrangiana Aplicada a la Asignación de Unidades Térmicas Convencionales	47
4.2.1. Descripción del Programa	47
4.2.2. Características del Lenguaje y sus ventajas	48
4.2.3. Programa AURL	48
4.2.4. Subrutina RECDAT	48
4.2.5. Subrutina AUTRL	49
4.3. Casos de Estudio de Asignación de Unidades Térmicas Convencionales	50
4.3.1. Caso de estudio 4.1	50
4.3.2. Caso de estudio 4.2	53
4.4. Asignación de Modos de Operación para Centrales de Ciclo Combinado	57
4.4.1. Caso de estudio 4.3	58
4.4.2. Caso de estudio 4.4	62
5. Conclusiones del Trabajo	67
5.1. Conclusiones	67
5.2. Aportaciones	68
5.3. Trabajos Futuros	69
A. Una Introducción a la Optimización Dual	74
B. Descripción y Datos de Archivos de Entrada	78
C. Programa AURL.f90	83
D. Subrutina RECDAT.f90 y Módulos de Datos	84
E. Subrutina AUTRL.f90	86
F. Subrutina DEG.f90	90
G. Programa AUCC.f90	92

Índice de tablas

3.1. Composición de las configuraciones de una central de Ciclo Combinado.	33
4.1. Características de los generadores del caso de estudio 4.1 [20].	50
4.2. Características de las requisiciones de carga del caso de estudio 4.1 [20].	50
4.3. Resultados de la asignación de generación del caso de estudio 4.1 según [20].	51
4.4. Resultados de la asignación de generación del caso de estudio 4.1 con el programa AURL.f90.	52
4.5. Características de los generadores del caso de estudio 4.2 [30].	53
4.6. Características de las requisiciones de carga del caso de estudio 4.2 [30].	54
4.7. Resultados de la asignación del caso de estudio 4.2 obtenidos con el programa AURL.f90.	55
4.8. Resultados del despacho de generación del caso de estudio 4.2 obtenidos con el programa AURL.f90.	56
4.9. Composición de las configuraciones de una central de Ciclo Combinado del caso de estudio 4.3.	58
4.10. Demanda por etapa del caso de estudio 4.3.	58
4.11. Resultados de la asignación de unidades y modos del caso de estudio 4.3 obtenidos con el programa AUCC.f90.	60
4.12. Resultados de potencias despachadas por unidades y modos del caso de estudio 4.3 obtenidos con el programa AUCC.f90.	61
4.13. Características de los generadores del caso de estudio 4.4	63
4.14. Resultados de la asignación de unidades y modos del caso de estudio 4.4 con la curva aproximada obtenidos con el programa AUCC.f90.	64
4.15. Resultados de potencias despachadas por unidades y modos con la curva aproximada del caso de estudio 4.4 obtenidos con el programa AUCC.f90.	65

Índice de figuras

1.1. Modelo de competencia monopolística del mercado. En el submodelo (a), las compañías están integradas verticalmente en su totalidad, mientras que en el submodelo (b), la distribución es manejada por una o más empresas independientes [9].	5
1.2. Modelo de compra del agente de mercado mayorista. (a) versión integral; (b) la versión desglosada [9].	6
1.3. Modelo de competencia mayorista del mercado eléctrico [9].	7
1.4. Modelo de competencia minorista del mercado eléctrico [9].	8
2.1. Funciones y derivadas [14].	14
2.2. A, B y C son puntos estacionarios, A es un mínimo local mientras que C es un mínimo global [14].	16
2.3. (a) Función cóncava, (b) Función convexa [14].	19
2.4. Figura (a) Conjunto convexo, figura (b) conjunto no convexo.	19
3.1. Diagrama de operación de una unidad termoelectrica [20].	29
3.2. Diagrama de operación de una central de ciclo combinado [33].	31
3.3. Costo de arranque en función del tiempo de desconexión.	32
3.4. (a) Curva de entrada-salida no lineal, (b) Curva entrada-salida segmentada a trozos.	32
3.5. Curvas de las configuraciones de operación para una central de Ciclo Combinado [35].	34
3.6. Diagrama de estados de transición para centrales de ciclo combinado [35].	38
4.1. Diagrama de flujo del algoritmo de relajación Lagrangiana.	47
4.2. Comportamiento del algoritmo a lo largo del estudio para el caso 4.1.	51

4.3. Esquema de la asignación de generación para el caso de estudio 4.1.	53
4.4. Comportamiento del algoritmo a lo largo del estudio para el caso 4.2.	54
4.5. Esquema de la asignación de generación para el caso de estudio 4.2.	57
4.6. Curvas de las configuraciones para una central de Ciclo Combinado para el caso de estudio 4.3.	59
4.7. Esquema de la asignación de la generación así como de las configuraciones óptimas de la para el caso de estudio 4.3.	62
4.8. Curva aproximada de las configuraciones para una central de Ciclo Combi- nado para el caso de estudio 4.4.	63
4.9. Distribución de la asignación de la generación así como de las configuracio- nes óptimas de la para el caso de estudio 4.4.	66
E.1. Diagrama de flujo de la subrutina AUTRL.f90 (Proceso A).	86
E.2. Diagrama de flujo de la subrutina AUTRL.f90 (Proceso B).	87
F.1. Diagrama de flujo de la subrutina DEG.f90.	90
G.1. Diagrama de flujo del programa AUCC.f90.	92
H.1. Diagrama de flujo de la subrutina AUCC_APROX.f90.	99
H.2. Diagrama de flujo de la subrutina AUCC_APROX.f90.	100

Nomenclatura

<i>COGEN</i>	Compañías de Generación.
<i>PIE</i>	Productor Independiente de Energía.
<i>CODIS</i>	Compañía de Distribución.
<i>OM</i>	Operador de Mercado.
<i>OIS</i>	Operador Independiente de Sistema.
<i>COTRANS</i>	Compañías de Transmisión.
x	Vector de variables de decisión.
f	Función Objetivo.
$g_i(x)$	Conjunto de Restricciones.
b_i	Lado derecho de la restricción de desigualdad.
d_i	Lado derecho de la restricción de igualdad.
c^T	Vector de coeficientes de la función objetivo.
<i>PL</i>	Programación Lineal.
<i>PNL</i>	Programación No Lineal.
<i>PE</i>	Programación Entera.
<i>PEM</i>	Programación Entera Mixta.
<i>PC</i>	Programación Convexa.
<i>PNC</i>	Programación No Convexa.
<i>min</i>	Mínimo de una función.
<i>max</i>	Máximo de una función.
<i>inf</i>	Ínfimo de una función.
<i>sup</i>	Supremo de una función.
$\mathcal{L}(x, \lambda)$	Función Lagrangiana.
λ	Multiplicadores de Lagrange.
<i>KKT</i>	Karush-Kuhn-Tucker.
<i>MW</i>	Mega Watts (Unidad de la Potencia Activa o Real).

Btu	Unidades Térmicas Británicas.
G	Generador eléctrico.
$C(\$)$	Función de costo.
$H(MBtu)$	Función de aprovechamiento calorífico.
C_i	Costo de arranque en función del tiempo.
C_0	Costo de arranque en frío.
$aP_i^2 + bP_i + c$	Polinomio de la curva entrada/salida.
t	Etapa de estudio.
i	Unidad de estudio.
$F(P_i)$	Función de costos.
P_i	Potencia por cada unidad.
P_{carga}^t	Potencia de demanda por etapa.
P_i^{min}	Potencia mínima por unidad generadora.
P_i^{max}	Potencia máxima por unidad generadora.
U	Variable de decisión.
TC	Turbina de Combustión.
TV	Turbina de Vapor.
$RCGV$	Recuperador de Calor acoplado a un Generador a Vapor.
S_i	Rampa de incremento de generación.
T_i	Rampa de decremento de generación.
CC	Ciclo Combinado

Capítulo 1

Aspectos Generales

Históricamente, el sector eléctrico en la mayoría de los países se desarrolló como un solo proveedor, siendo el servicio eléctrico suministrado a través de una empresa única a menudo propiedad del gobierno en el que predomina un ambiente monopólico, es decir, en donde las compañías se integran verticalmente de manera que la generación, transmisión y distribución de la energía forman parte de un solo paquete y el precio está en función de los costos de producción y suministro [1].

Pero a su vez esta estructuración presenta algunos problemas que impactan directamente tanto a la empresa suministradora como al usuario, esto debido a la incapacidad que tiene el esquema de propiedad pública para brindar al consumidor precios atractivos para la inversión, y el compromiso de garantizar el suministro de energía en el largo plazo y promover la investigación y el desarrollo en tecnología para la generación de electricidad que es limitada por los recursos de la empresa suministradora única [2] y como consecuencia el entorpecimiento de la modernización el sistema eléctrico en conjunto hacia un horizonte fijo [3][4].

Es por ello que en los últimos años, el concepto de competencia ha ido revolucionando el negocio de la generación de electricidad en todo el mundo, ya que en algunos países existe una competencia activa, en su mayoría coordinada a través de un mercado formal, y de esta forma la posibilidad de poder ofertar precios competitivos, principalmente, a los grandes consumidores y trasladar los riesgos intrínsecos del negocio de generación a los inversionistas privados [5]. En México, la Comisión Federal de Electricidad desde 1937 fue la encargada de controlar, generar, transmitir y comercializar energía eléctrica en todo

el territorio mexicano dentro de un entorno centralizado [6] , sin embargo las reformas estructurales a la ley del servicio público de energía eléctrica aprobadas en diciembre de 2013 han planteado el establecimiento de un mercado mayorista de energía eléctrica en donde los mecanismos del despacho de generación deberán tomar en cuenta las nuevas modalidades de participación de generadores en este nuevo entorno, es decir, dentro de esta nueva disposición los más de 38,000 MW de nueva capacidad que el Sistema Eléctrico Nacional (SEN) requerirá en los próximos 10 años serán instalados en régimen de libre competencia, a través del nuevo Mercado Eléctrico Mayorista (MEM)[3].

1.1. El Sector Eléctrico en un Entorno de Mercado

A lo largo del tiempo, la empresa suministradora ha brindado el servicio a los usuarios del servicio eléctrico donde sólo se priorizaba un suministro continuo y fiable del servicio, en un volumen establecido por los clientes, con una calidad determinada, es decir, una tensión y frecuencia constantes y una onda sinusoidal pura, a un precio fijo razonable [6].

Ahora además de proporcionar un suministro fiable de electricidad, la función de la nueva industria de la energía eléctrica es proporcionar una plataforma en la que las partes pueden negociar e intercambiar bloques de energía, con precios que reflejan las condiciones de oferta y demanda en cada punto de la red. En otras palabras, la industria eléctrica existe no solo para proporcionar un suministro fiable de electricidad sino también para proporcionar un mercado que permitan a los clientes tomar decisiones eficientes en cuanto al uso del conjunto existente de activos y la inversión en nuevos activos [7].

Anteriormente tenía sentido trazar distinción entre pequeñas y grandes unidades de generación, las cuales integraron principalmente al mercado mayorista, y a los clientes pequeños los cuales eran numerosos y que son en gran medida aislados de las condiciones en el mercado eléctrico mayorista.

Esta distinción ya no tiene sentido. En su lugar, todos los clientes son potencialmente generadores o consumidores, dependiendo de las preferencias y las condiciones del mercado local, ya que existe el hecho de que los consumidores del servicio eléctrico son también en algunos casos productores de energía [7]. En este entorno todos estos clientes deben estar al menos parcialmente integrados al mercado mayorista y capaz de responder a las condiciones del mercado local, y especialmente se encuentran susceptibles a los cambios en el precio del mercado local.

1.2. Participantes del Mercado Eléctrico

Debido a que los mercados han evolucionado a ritmos diferentes y en diferentes direcciones en cada país o región, no todas estas entidades se encuentran en cada mercado. En algunos casos, una empresa u organización puede realizar más que una de las funciones descritas a continuación [11].

Empresas del sector público. Cuentan con plantas de generación propias, así como una red de transmisión y distribución. En un entorno regulado tradicional, una empresa de este tipo tiene un monopolio para el suministro eléctrico a través de un área geográfica determinada. En su entorno de mercado eléctrico, sus actividades de generación y de la red no están separadas.

Compañías de Generación (COGEN). Producen y venden energía eléctrica. También pueden vender servicios tales como la regulación, el control de voltaje y la reserva que el operador del sistema necesita mantener la calidad y la seguridad del suministro. Una compañía de generación puede poseer una sola planta o un conjunto de ellas de diferentes tecnologías.

Las empresas de generación que coexisten con sus propios recursos integrados verticalmente son a veces llamados Productores Independientes de Energía (PIE).

Compañías de distribución (CODIS). Poseen y operan las redes de distribución. Tienen el monopolio de la venta de energía eléctrica de todos los consumidores conectados a su red. En un entorno totalmente desregulado, la venta de energía a los consumidores se encuentra totalmente desacoplada de la operación, el mantenimiento y el desarrollo de la red de distribución. Los minoristas compiten entonces para llevar a cabo esta actividad de venta de energía. Uno de estos minoristas puede ser una filial de la empresa de distribución local.

Minoristas. Compran la energía eléctrica en el mercado mayorista y la revenden a los consumidores que no quieren, o no se les permite participar en el mercado mayorista. Los minoristas no tienen que poseer los activos de generación, transmisión o distribución. Algunos los minoristas son filiales de las empresas de generación o distribución.

Operador de Mercado (OM). Normalmente se encarga de ejecutar un sistema de cómputo a base de optimización el cual relaciona las ofertas y requisiciones que los

compradores y vendedores de energía eléctrica han presentado. También se encarga de la liquidación de las ofertas y demandas aceptadas. Esto significa que reenvía los pagos de los compradores a los vendedores después de la entrega de la energía. El Operador Independiente del Sistema (OIS) es generalmente el responsable de la operación del mercado de último recurso es decir, el mercado que se encarga de que la carga y la generación estén equilibrados en tiempo real. Los mercados que cierran un poco antes del tiempo real son generalmente administrados por los operadores del mercado independiente para fines de lucro.

Operador Independiente del Sistema (OIS). Tiene la responsabilidad primordial de mantener la seguridad del sistema eléctrico. Se llama independiente, porque en un entorno competitivo, el sistema debe ser operado de una manera que no favorezca ni penalice a un participante de mercado sobre otro. Un OIS normalmente sólo posee los activos informáticos y de comunicaciones necesarios para supervisar y controlar el sistema. Suele combinar su responsabilidad de la operación del sistema con el papel del operador del mercado de último recurso.

Compañías de Transmisión (COTRANS). Cuentan con recursos de transmisión propios, tales como líneas, cables, transformadores y dispositivos de compensación reactiva y operan este equipo de acuerdo a las instrucciones del Operador del Sistema. Las empresas de transmisión son a veces filiales de empresas que también son dueños de las plantas de generación. Una empresa de transmisión independiente (CTI) es una empresa de transmisión que no posee plantas de generación y también actúa como operador de red independiente.

Regulador de Mercado. Es el organismo gubernamental responsable de asegurar el justo y eficiente funcionamiento del sector eléctrico. Determina o aprueba las normativas del mercado e investiga los presuntos casos de abuso de poder de mercado. El regulador también fija los precios de los productos y servicios que son proporcionados por los monopolios.

Pequeños consumidores. Compran la energía eléctrica a partir de un minorista, con el cual celebran un contrato de interconexión con el sistema de potencia con su compañía de distribución local.

Grandes consumidores. A menudo toman un papel activo en los mercados de elec-

tricidad mediante la compra de su energía eléctrica directamente a través del mercado. Algunos de ellos pueden ofrecer su capacidad para controlar su carga como un recurso que el Operador del Sistema puede utilizar para controlar el sistema. Los mayores consumidores a veces se conectan directamente al sistema de transmisión.

1.3. Modelos de Competencia de Mercados

1.3.1. Modelo Monopólico

Este modelo describe a un conjunto compuesto de una empresa de generación, transmisión y distribución los cuales son operados a través de un ente único. Sin embargo este modelo no se opone a las operaciones bilaterales de energía entre las empresas que operan en diferentes áreas geográficas [9], como se puede observar en la figura 1.1.

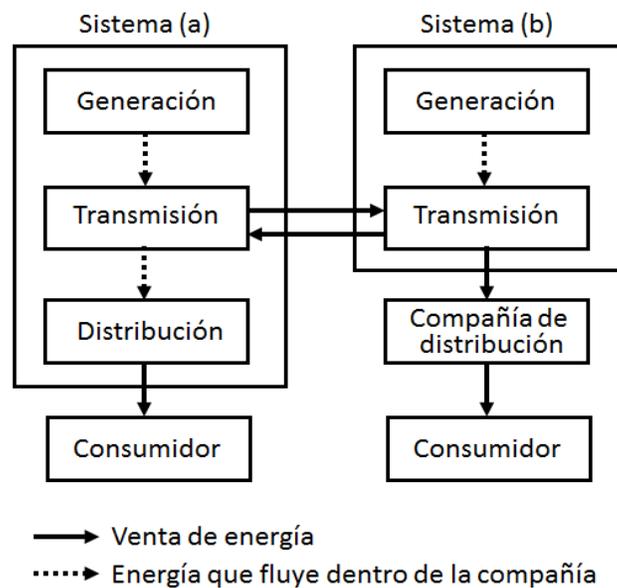


Figura 1.1: Modelo de competencia monopólica del mercado. En el submodelo (a), las compañías están integradas verticalmente en su totalidad, mientras que en el submodelo (b), la distribución es manejada por una o más empresas independientes [9].

1.3.2. Modelo de Agente de Mercado

En este modelo se muestra a la industria eléctrica en un enfoque integral en donde ya no es en su totalidad dueña de toda la generación, es decir, que existen productores independientes que están conectados a la red y venden su energía al organismo que desempeña sus funciones como un agente de mercado. En la figura 1.2 se muestra una nueva evolución de este modelo en el que el sistema eléctrico como tal ya no posee ninguna capacidad de generación y compra toda su energía a partir de los productores independientes. También se desagregan las actividades de distribución y venta menudista. Las compañías de distribución entonces compran la energía consumida por sus clientes que es suministrada por la agencia de mercado mayorista. Las tasas establecidas por la agencia de compra deben ser regulados porque tiene poder de monopolio sobre las compañías de distribución (CODIS) y poder de monopsonio hacia el productor independiente de energía (PIE) [9].

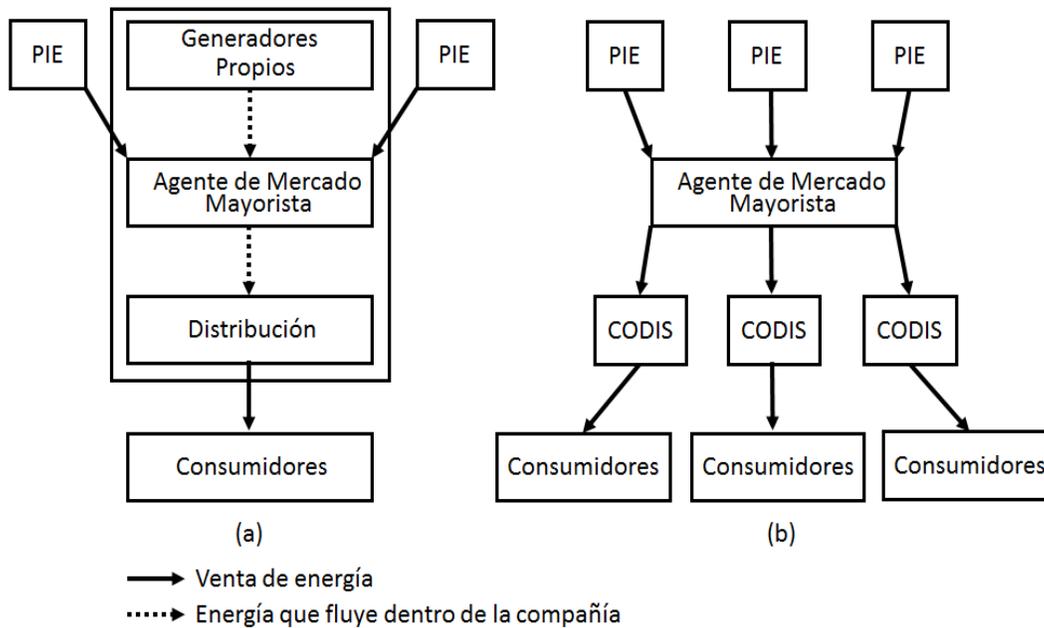


Figura 1.2: Modelo de compra del agente de mercado mayorista. (a) versión integral; (b) la versión desglosada [9].

1.3.3. Competencia Mayorista

En este modelo representado en la figura 1.3, se muestra que ninguna organización central es responsable del suministro del servicio eléctrico. En su lugar las compañías de distribución compran la energía consumida por sus clientes directamente de las compañías de generación (COGEN). Estas operaciones se llevan a cabo en un mercado eléctrico mayorista. Los mayores consumidores a menudo se les permite comprar directamente la energía eléctrica en el mercado mayorista. Este mercado mayorista se puede comportar-se ya sea como un mercado pool (o también llamado mercado eléctrico mayorista) o un mercado de transacciones bilaterales. A nivel mayorista, las únicas funciones que permanecen centralizadas son el funcionamiento del mercado spot (mercado en tiempo real) y el funcionamiento de la red de transmisión, pues a nivel distribución cada compañía no sólo opera la red en su región, sino también las compras de energía eléctrica por parte de los consumidores situado en su territorio de servicio.

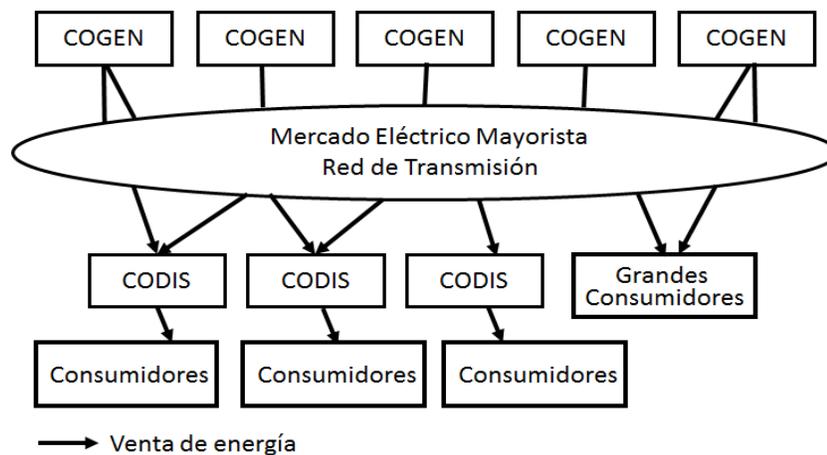


Figura 1.3: Modelo de competencia mayorista del mercado eléctrico [9].

1.3.4. Competencia Minorista

La figura 1.4 ilustra al mercado eléctrico competitivo en su máxima expresión, en el que todos los consumidores puedan elegir su proveedor. Debido a los costos de transacción, solamente los mayores consumidores optan por comprar directamente la energía en el mercado mayorista. La mayoría de los consumidores pequeños y medianos compran a los minoristas, que a su vez se relacionan comercialmente con el mercado mayorista. En este

modelo, las actividades de las empresas de distribución están normalmente separados de sus actividades de venta al por menor, porque ya no tienen el monopolio local para el suministro de energía eléctrica en el área cubierta por la red. En este modelo, las funciones de monopolio que quedan son la disposición y el funcionamiento de las redes de transmisión y distribución.

Una vez que se han creado mercados lo suficientemente competitivos, el precio de venta ya no tiene que ser regulado porque los pequeños consumidores pueden cambiar de minorista cuando se les ofrece un mejor precio. Desde una perspectiva económica este modelo es el más satisfactorio, porque los precios de la energía se establecen a través de las interacciones del mercado.

La aplicación de este modelo, sin embargo, requiere una cantidad considerable de medición, comunicación y procesamiento de datos. Esto se realiza sobre un entorno regulado debido a que estas redes siguen siendo monopolios.

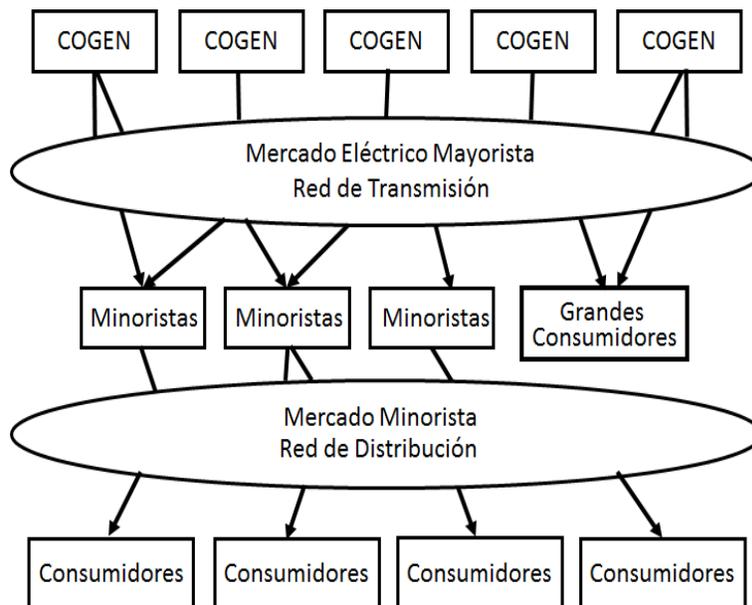


Figura 1.4: Modelo de competencia minorista del mercado eléctrico [9].

1.4. Objetivo

El objetivo de esta tesis es desarrollar la metodología de asignación de generación a base de centrales térmicas de las compañías suministradoras, con fundamento en la técnica de Relajación Lagrangiana, para facilitar la toma de decisiones tanto para las empresas de generación y distribución como para el operador del sistema. Esta metodología de análisis se basa en herramientas de programación dual y la programación entera mixta para procesos de simulación.

1.5. Justificación

La implantación de un mercado de libre competencia hace que la dinámica que siguen los precios de la electricidad sea compleja, complicando los procesos de toma de decisiones. Dicha complejidad se debe a la influencia de múltiples factores en la oferta, la demanda y la regulación. Los precios se ven influenciados en el corto plazo por las condiciones particulares de las variables que describen las condiciones del mercado, pues por la naturaleza intrínseca del sistema eléctrico se debe de satisfacer la demanda en todo momento, sin embargo debido al aspecto económico, se debe satisfacer la demanda con la energía más barata posible, pues esto impactará a los precios de la energía a la venta en el mercado.

1.6. Alcances

Desarrollar e implementar la metodología de Relajación Lagrangiana como una herramienta que permita determinar un esquema óptimo de generación termoeléctrico a fin de facilitar la toma de decisiones por el operador del sistema.

1.7. Estructura de la Tesis

La estructura del trabajo está establecida de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se describen los fundamentos de optimización y conceptos básicos de programación lineal que ayudarán a comprender mejor el desarrollo a lo largo del trabajo.

El Capítulo 3 se detallan las características para el análisis de la operación de las plantas térmicas convencionales, así como de las centrales de ciclo combinado que permiten el desarrollo, planteamiento y análisis del problema de asignación de unidades, para los dos tipos de plantas.

En el Capítulo 4 se explica el algoritmo empleado para la asignación de unidades térmicas convencionales, y la versión aumentada del mismo aplicado a la asignación de modos de operación para centrales de ciclo combinado.

En el capítulo 5 se tratan y se establecen las conclusiones.

En el Apéndice A se explican los fundamentos matemáticos de la programación dual.

En el Apéndice B se da a conocer la descripción de los archivos de datos empleados para la ejecución de cada uno de los programas, así como su contenido.

El Apéndice C contiene las subrutinas usadas en el algoritmo de asignación de unidades térmicas convencionales.

El Apéndice D contiene el código de la subrutina RECDAT.f90 desarrollada para la lectura y captura de los datos usados en el desarrollo computacional.

En Apéndice E contiene el código de la subrutina AUTRL.f90 en la cual se desarrolla el cálculo de asignación de unidades térmicas convencionales.

El Apéndice F contiene el código de la subrutina DEG.90 el cual se encarga de llevar a cabo la solución del problema primal a partir de la solución de la subrutina de asignación.

El Apéndice G contiene el código fuente del programa AUCC.f90 en el que se desarrolla el cálculo para la obtención de la asignación de modos de operación de la central de ciclo combinado.

El Apéndice H contiene el código usado en la subrutina AUCC_APROX en la que se desarrolla el algoritmo de la asignación de modos de operación para las centrales de ciclo combinado modelada a través de una curva aproximada de entrada/salida que representa los modos de operación de la central.

Capítulo 2

Fundamentos de la Optimización

En la ciencia se presentan gran variedad de problemas complejos y multidisciplinares, y en la ingeniería por supuesto no es la excepción. Es por ello que la optimización o también llamada programación matemática juega un papel muy importante como una invaluable herramienta de solución, debido a su capacidad para resolver escenarios de toma de decisiones complejas, así como en la mejora de recursos en los problemas de asignación [15], todo esto partiendo de un objetivo diseñado para cuantificar el rendimiento y medir la calidad de decisión, el cual se maximiza o minimiza dependiendo de la formulación asignada, sujeto a restricciones que limitarán la selección de decisión de los valores que corresponden a las variables, es por esto que la habilidad en el modelado para capturar los elementos esenciales de un problema de optimización, así como un buen criterio para la interpretación de los resultados son vitales para obtener buenas conclusiones [16].

Es por ello que en este capítulo se darán a conocer aspectos generales y modelos de optimización que sustentan las aplicaciones que se hacen de ella en este trabajo.

2.1. Clasificación de Modelos de Optimización

En este apartado se presenta un desarrollo de un subconjunto de clases de problemas que describen ciertos aspectos del problema de optimización en general [16].

Sea:

$x \in \mathbb{R}^n$: vector de variables de decisión $x_j, j = 1, 2, \dots, n$.

$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$: Función objetivo

$X \subseteq \mathbb{R}^n$: un conjunto físico o lógico definido que contiene a las variables de decisión

$g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$: función de restricción que define los limitantes en x :

$$g_i(x) \geq b_i, i \in I \text{ (restricción de desigualdad)}$$

$$g_i(x) = d_i, i \in \varepsilon \text{ (restricción de igualdad)}$$

donde $b_i \in \mathbb{R}$, $i \in I$, (donde I representa la longitud del vector que constituye el lado derecho del conjunto de desigualdades) y $d_i \in \mathbb{R}$, $i \in \varepsilon$, (en donde ε representa la longitud del vector que constituye el lado derecho del conjunto de igualdades), respresentan al lado derecho de dichas restricciones ó el valor que deben respetar dichas restricciones.

El problema de optimización es entonces:

$$\text{mín } f(x)$$

sujeto a:

$$g_i(x) \geq b_i, i \in I \tag{2.1}$$

$$g_i(x) = d_i, i \in \varepsilon$$

$$x \in X$$

Sí se trata de un problema de maximización entonces se cambia el signo de f .

El tipo de problema depende de la naturaleza de las funciones f y g_i , y del conjunto X . A continuación se dan algunos ejemplos [16]:

(PL) Programación Lineal. La función objetivo de la programación lineal está dada por la siguiente expresión:

$$f(x) := c^T x = \sum_{j=1}^n c_j x_j, c \in \mathbb{R}^n$$

y la función de restricción del problema está dada por:

$$g_i(x) := a_i^T x - b_i, a_i \in \mathbb{R}^n, b_i \in \mathbb{R}, i \in I \cup \varepsilon$$

(PNL) Programación no Lineal. Esto es porque algunas funciones f , g_i , $i \in I \cup \varepsilon$, son no lineales.

Optimización continua. Se le llama de esta forma puesto que $f, g_i, i \in I \cup \varepsilon$, son funciones continuas en un conjunto abierto que contiene X , en donde X es un conjunto cerrado y convexo.

(PE) Programación Entera. Es aquella donde existe un conjunto de variables de decisión tal que $X \subseteq \{0, 1\}^n$ (binario) ó $X \subseteq \mathbb{Z}^n$ (Entero).

(PEM) Programación Entera Mixta Es aquella donde:

$$f(x, y) := c^T x + d^T y = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=1}^m d_j y_j,$$

sujeta a: (2.2)

$$g(x, y) \leq 0$$

$$h(x, y) = 0$$

donde:

$$X \subseteq \{0, 1\}^n \text{ ó } X \subseteq \mathbb{Z}^n \text{ y } 0 \leq y \in \mathbb{R}^m$$

Optimización no restringida. Esto es $I \cup \varepsilon := \emptyset$; $X := \mathbb{R}^n$

Optimización restringida. Esto es $I \cup \varepsilon \neq \emptyset$ y/o el conjunto $X \subset \mathbb{R}^n$

Optimización diferenciable. Es aquella cuya $f, g_i, i \in I \cup \varepsilon$, son continuamente diferenciables en X ; además X es cerrado y convexo.

Optimización no diferenciable. Es cuando por lo menos una de las funciones $f, g_i, i \in I \cup \varepsilon$, es no diferenciable.

(PC) Programación Convexa. Es aquella cuya f es convexa; $g_i, i \in I$, son concavas, y X es cerrado y convexo.

(PNC) Programación no Convexa Es aquella cuya f es no convexa.

2.2. Condiciones de Optimalidad

Las condiciones de optimalidad en los problemas de programación matemática se introducen como un intento de construir con facilidad un criterio que nos permita examinar los puntos en un conjunto factible y clasificarlos en óptimos y no óptimos, estos a su vez se clasifican en dos subgrupos diferenciados basados en el tipo de errores permitidos en el proceso de toma de decisiones, dicho de otra forma las condiciones de los problemas de optimización que se encuentran en la práctica se dividen en dos clases, conocidas como condiciones necesarias y suficientes [14].

2.2.1. Condiciones Necesarias y Suficientes

El proceso de optimización implica encontrar el valor máximo o el mínimo de una función sujeto a ciertas limitaciones o restricciones. El término matemático utilizado para el máximo o el valor mínimo de una función es el valor extremo. Para ello es importante definir las propiedades de la primera y segunda derivadas de una función y que pueden además estar clasificados de la siguiente forma [14] [13]:

$$\left. \begin{array}{l} f'(x_i) > 0 \\ f'(x_i) < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Significa que el valor de la función } f(x) \text{ tiende a} \\ \text{incrementar} \\ \text{decrecer} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} f''(x_i) > 0 \\ f''(x_i) < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Significa que la pendiente de la curva } f(x) \text{ tiende a} \\ \text{incrementar} \\ \text{decrecer} \end{array}$$

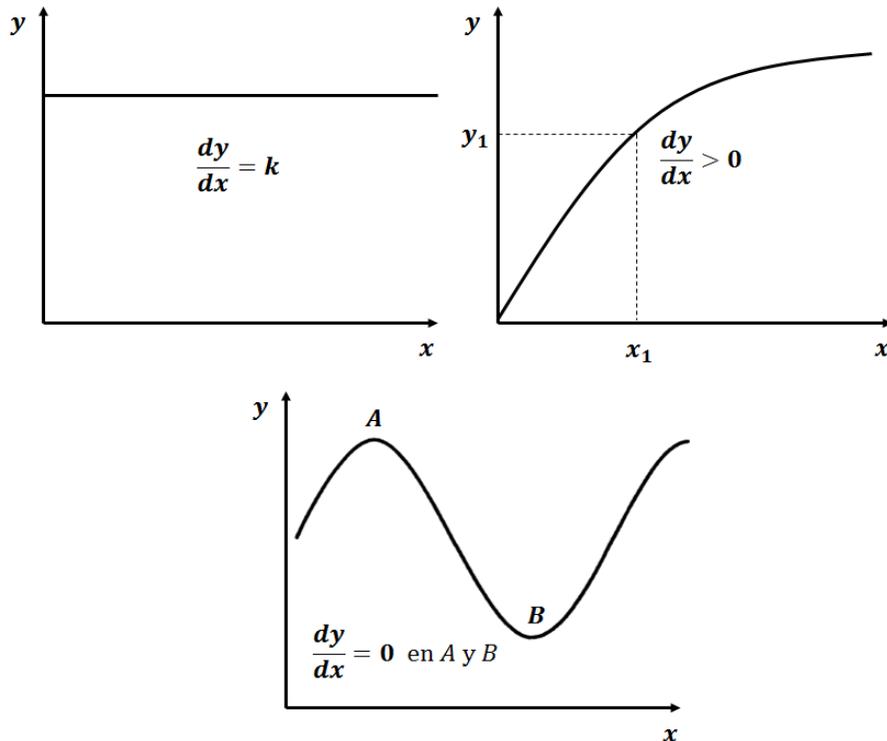


Figura 2.1: Funciones y derivadas [14].

Cualquier punto en el espacio \mathbb{R}^n en el que la derivada de una función es igual a cero se denomina un punto estacionario. El punto estacionario está situado en la parte de la curva con pendiente cero y el valor de la función es estacionario es decir no aumenta o disminuye.

Como se puede observar en la figura 2.1, tanto la figura 2.1(a) como la 2.1(b), carecen de valores extremos, pues en la primera permanece constante, mientras que en la segunda es constantemente creciente y no acotada, en cambio en la figura 2.1(c) se puede observar que posee dos puntos extremos en A y B, en donde dichos puntos representan el extremo local en la vecindad más próxima.

De lo anterior se puede asentar que un punto extremo, es decir, $f'(x) = 0$, por lo tanto es un punto estacionario [13].

DEFINICIÓN 1 [*Punto estacionario*] $x^* \in S$ es un punto estacionario en el problema:

$$\min_{x \in S} f(x)$$

sí $\nabla f(x^*) \in N_s(x^*)$ se cumple, donde S es la región de soluciones factibles y $N_s(x^*)$ es el cono normal a S en x^*

Se puede decir que esto es una condición necesaria para un extremo [16], sin embargo no es una condición suficiente. A su vez en la figura 2.1(a) se puede observar que los puntos B, C y D representan un mínimo local, pero no garantiza la presencia de un mínimo global representado a lo largo del dominio de x , aunque se dice que puede darse el caso.

Un mínimo ó un máximo local que se encuentre en la vecindad inmediata, es llamado un extremo relativo.

2.2.2. Óptimo Local y Óptimo Global

DEFINICIÓN 2 [*Mínimo Global*] Sea $x^* \in S$, decimos que x^* es un mínimo global de f sobre S sí f alcanza su valor más bajo sobre S en x^* .

En otras palabras $x^* \in S$ es un mínimo global de f sobre S sí:

$$f(x^*) \leq f(x) \quad x \in S \text{ se cumple}$$

dónde $B_\varepsilon(x^*) := \{y \in \mathbb{R}^n \mid \|y - x^*\| < \varepsilon\}$ una bola Euclidiana con radio ε centrada en x^*

DEFINICIÓN 3 [Mínimo Local] Decimos que x^* es un mínimo local sobre S si existe una bola lo suficientemente pequeña intersectando S alrededor de x^* tal que es una solución óptima global en ese conjunto más pequeño.

$x^* \in S$ es un mínimo local en S si

$$\exists \varepsilon > 0 \mid f(x^*) \leq f(x) \quad x \in S \cap \beta \in (x^*)$$

Y se dice que x^* es un óptimo local estricto si la desigualdad $x \neq x^*$ se cumple.

TEOREMA 1 [Teorema fundamental de la optimalidad global] Considerando el problema:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} \quad f(x) \\ & \text{sujeto a:} \quad x \in S \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde $S \subseteq \mathbb{R}^n$ es un conjunto no vacío y convexo y $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ es una función dada convexa en S . Entonces todos los mínimos locales de f sobre S son también un mínimo global [16].

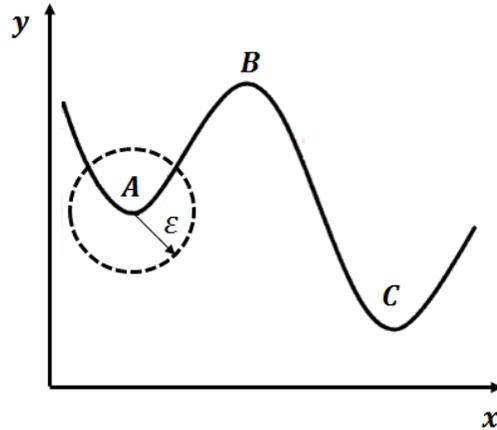


Figura 2.2: A, B y C son puntos estacionarios, A es un mínimo local mientras que C es un mínimo global [14].

2.2.3. Condiciones de Optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker

Existe una serie de condiciones fundamentales en la optimización las cuales establecen los requisitos para la obtención del óptimo, estas se encuentran en un artículo presentado

por Kuhn y Tucker [18] y en la tesis de Karush [17]. Dichas condiciones se denominan las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, y se describen a continuación:

Dado el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 &\text{mínimizar: } f(x) \\
 &\text{sujeto a:} \\
 &\quad \omega_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N\omega \\
 &\quad g_i \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, Ng \\
 &\quad x = \text{vector de numeros reales de dimensión } N \mid x \in \mathbb{R}^N
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Construyendo el Lagrangiano se tiene:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{N\omega} \lambda_i \omega_i(x) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i g_i(x) \tag{2.5}$$

así, las condiciones para la existencia de un óptimo de x^0, λ^0, μ^0 se expresan como:

1. $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i}(x^0, \lambda^0, \mu^0) = 0$ para $i = 1, \dots, N$
2. $\omega_i(x^0) = 0$ para $i=1, \dots, N\omega$
3. $g_i \leq 0$ para $i=1, \dots, Ng$
4. para $i = 1, \dots, Ng$

$$\begin{aligned}
 \mu_i^0 g_i(x^0) &= 0 \\
 \mu_i^0 &\geq 0
 \end{aligned}$$

La primera condición es simplemente la familia de derivadas parciales de la función lagrangiana que deben ser igual a 0 en el óptimo. Las segunda y tercera condición son simplemente una reformulación de las condiciones de restricción sobre el problema. La cuarta condición, a menudo es referida como la condición de holgura, y ésta proporciona una forma matemática concisa para manejar el problema de las restricciones limitadas y no limitadas.

2.2.4. Existencia de Solución Óptima para Polinomios Convexos

TEOREMA 2 [*Existencia de una solución óptima en polinomios convexos*] *Si $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función polinomial convexa. Y si además el conjunto S puede ser representado por sus restricciones de desigualdad de la forma $g_i \leq 0, i = 1, \dots, m$, donde cada función g_i es convexa y polinomial. El problema 2.3 tiene un conjunto no vacío cerrado y convexo y soluciones óptimas globales, sí y solo sí, f está acotada por debajo de S .*

PROPOSICIÓN 1 [Solución óptima única bajo estricta convexidad] *Sí en el problema 2.3 f es estrictamente convexa en S , y S a su vez es convexo. Entonces se dice que existe más de una solución óptima global.*

2.2.5. Existencia de Solución en el Punto Extremo

TEOREMA 3 [Punto extremo óptimo] *Sea el siguiente problema:*

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } f(x) \\ & \text{sujeito a: } x \in P \end{aligned} \tag{2.6}$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función convexa y $P \subset \mathbb{R}^n$ es no vacío. Se dice que la solución óptima a dicho problema se encuentra entre los puntos extremos de P .

2.3. Análisis Convexo

Para abordar este tema es importante definir la diferencia entre el término convexidad y concavidad. Primero, dada una función cóncava, una línea que une dos puntos A y B en la curva, que se encuentra:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en ó por debajo de la función } \rightarrow \\ \text{estrictamente por debajo de la función } \rightarrow \end{array} \right\} \text{ si la función es } \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \text{ cóncava} \\ \leftarrow \text{ estrictamente cóncava} \end{array} \right\}$$

a su vez para una función convexa, una línea que une dos puntos A y B en la curva, que se encuentra:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en ó sobre de la función } \rightarrow \\ \text{estrictamente sobre la función } \rightarrow \end{array} \right\} \text{ si la función es } \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \text{ convexa} \\ \leftarrow \text{ estrictamente convexa} \end{array} \right\}$$

A su vez, otra forma de describir las propiedades anteriormente mencionadas es mediante la observación de las tangentes. Observando la figura 2.3.

Se puede observar lo siguiente:

Figura 2.3(a): Cóncava			Figura 2.3(b): Convexa		
x	Derivada	Punto	x	Derivada	Punto
$x = x_1$	$f'(x_1) > 0, f''(x_1) < 0$	A	$x = x_4$	$f'(x_4) < 0, f''(x_4) > 0$	D
$x = x_2$	$f'(x_2) = 0, f''(x_2) < 0$	B	$x = x_5$	$f'(x_5) = 0, f''(x_5) > 0$	E
$x = x_3$	$f'(x_3) < 0, f''(x_3) < 0$	C	$x = x_6$	$f'(x_6) > 0, f''(x_6) > 0$	F

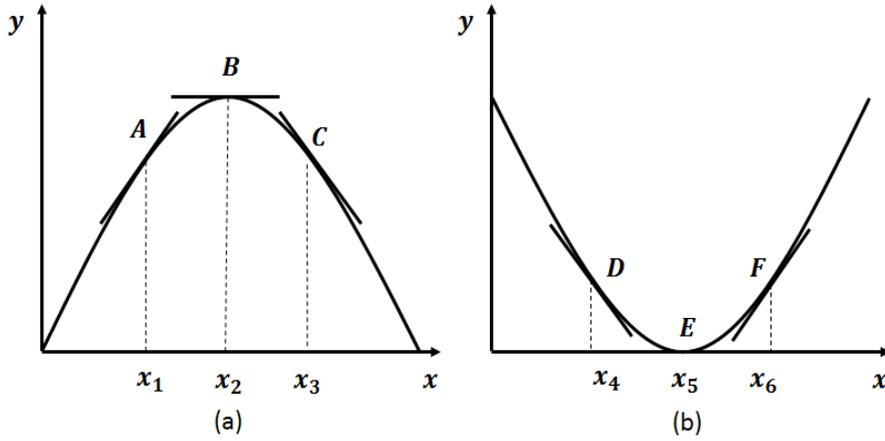


Figura 2.3: (a) Función cóncava, (b) Función convexa [14].

2.3.1. Conjuntos Convexos

DEFINICIÓN 4 [Conjunto convexo] Sea $S \subseteq \mathbb{R}^n$. El conjunto S es convexo sí y solo sí:

$$\left. \begin{array}{l} x_1, x_2 \in S \\ \lambda \in (0, 1) \end{array} \right\} \implies \begin{array}{l} \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in S \\ \text{Se cumple} \end{array}$$

En otras palabras en un conjunto S n -dimensional, existe una línea tal que conecta dos puntos se encuentra completamente dentro de S , se dice que S es un conjunto convexo. Un conjunto S es convexo sí, para todo S , los otros puntos son visibles [16] [14].

En la figura 2.4 se muestra un ejemplo de un conjunto convexo y uno no convexo.

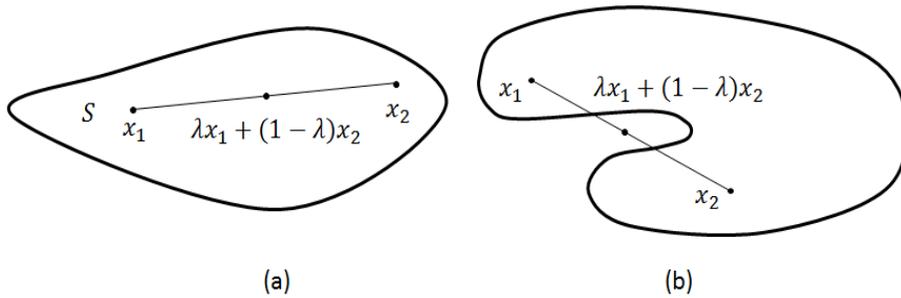


Figura 2.4: Figura (a) Conjunto convexo, figura (b) conjunto no convexo.

PROPOSICIÓN 2 [Intersección convexa] Sea $S_k, k \in K$, cualquier colección de conjuntos convexos. Entonces la intersección:

$$S := \bigcap_{k \in K} S_k$$

es un conjunto convexo.

DEMOSTRACIÓN 1 Sean dos elementos x_1 y x_2 que pertenecen a S . Si no se pueden encontrar dos de estos puntos, entonces el resultado no es sustancialmente válido. Entonces $x_1 \in S_k$ y $x_2 \in S_k$ para toda $k \in K$. Sabiendo que $\lambda \in (0, 1)$. Entonces $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_k$, $k \in K$, por la convexidad de los conjuntos S_k . Por lo tanto $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in \bigcap_{k \in K} S_k = S$.

2.4. Teorema de Relajación

Dado el problema:

$$\begin{aligned} f^* := & \quad \underset{x}{\text{ínfimo}} f(x) \\ & \text{sujeto a: } x \in S \end{aligned} \tag{2.7}$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función dada y $S \subseteq \mathbb{R}^n$, se define como una relajación del problema 2.7, un problema con la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} f^*_R := & \quad \underset{x}{\text{ínfimo}} f_R(x) \\ & \text{sujeto a: } x \in S_R \end{aligned} \tag{2.8}$$

donde $f_R : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función del problema relajado con la propiedad que $f_R \leq f$ en S , y donde $S_R \supseteq S$, donde S_R es el espacio de soluciones factibles del problema relajado. Entonces para ambos problemas se tiene lo siguiente:

TEOREMA 4 [Teorema de relajación]

1. [Relajación] Es aquella donde se cumple que $f_R^* \leq f^*$
2. [Infactibilidad] Si 2.8 es infactible, 2.7 también lo es.
3. [Relajación óptima] Si el problema 2.8 tiene una solución óptima, $x_{R^*} \in S$ y $f_R(x_{R^*}) = f(x_{R^*})$, entonces x_{R^*} es una solución óptima a 2.7

2.5. Relajación Lagrangiana y el Problema Dual

Considerando el problema de optimización:

$$\begin{aligned} f^* := & \underset{x}{\text{ínfimo}} f(x) \\ & \text{sujeto a } x \in X \\ & g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, \dots, m$), son funciones dadas y $X \subseteq \mathbb{R}^n$. Para esto se asume que:

$$-\infty < f^* < \infty$$

esto es que f está acotada inferiormente en el conjunto factible y el problema tiene al menos una solución factible [16].

DEFINICIÓN 5 [*Función Lagrangiana y multiplicadores*]

Para un vector arbitrario $\mu \in \mathbb{R}^m$, la función de lagrange se define como:

$$\mathcal{L}(x, \mu) := f(x) + \sum_{i=1}^m \mu_i g_i(x) = f(x) + \mu^T g(x) \quad (2.10)$$

A su vez considerando el problema:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \mathcal{L}(x, \mu) \\ & \text{sujeto a: } x \in X \end{aligned} \quad (2.11)$$

siempre que μ sea no negativo, el problema 2.11 es lo que se conoce como función Lagrangiana.

Se llama al vector $\mu^* \in \mathbb{R}^m$, un vector de multiplicadores de lagrange si éste es no negativo y si $f^* := \inf \mathcal{L}(x, \mu^*)$ donde $x \in X$ se cumple.

TEOREMA 5 [*Multiplicadores de Lagrange y óptimo global*] Sea μ^* un vector de multiplicadores de lagrange, entonces, x^* es una solución óptima a 2.9 si y solo si x^* es factible en 2.9 y que

$$\begin{aligned} x^* \in & \underset{x \in X}{\text{argmin}} \mathcal{L}(x, \mu^*), \text{ y } \mu_i^* g_i(x^*) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.12)$$

a su vez, sea la función dual:

$$q(\mu) := \inf_{x \in X} \mathcal{L}(x, \mu) \quad (2.13)$$

siendo la función Lagrangiana, definida por el valor ínfimo de la función Lagrangiana sobre x_j , el problema Lagrangiano dual se describe de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } q(\mu), \\ & \text{sujeta a } \mu \geq 0^m \end{aligned} \quad (2.14)$$

para algún valor μ , $q(\mu) = -\infty$ es posible. Si esto se cumple para todo valor $\mu \geq 0^m$, entonces:

$$q^* := \sup_{\mu \geq 0^m} q(\mu) \quad (2.15)$$

cuando esto es igual a $-\infty$, se dice que el problema dual es infactible. Por lo tanto el dominio efectivo de q es:

$$D_q := \{\mu \in \mathbb{R}^m \mid q(\mu) > -\infty\} \quad (2.16)$$

TEOREMA 6 [El problema dual convexo] *El dominio efectivo D_q de q es convexo y q a su vez cóncavo en D_q .*

DEMOSTRACIÓN 2 *Sea $x \in \mathbb{R}^n$, $\mu, \bar{\mu} \in \mathbb{R}^m$, y $\alpha \in [0, 1]$, se tiene que:*

$$\mathcal{L}(x, \alpha\mu + (1 - \alpha)\bar{\mu}) = \alpha\mathcal{L}(x, \mu) + (1 - \alpha)\mathcal{L}(x, \bar{\mu}) \quad (2.17)$$

tomando el ínfimo sobre x en ambos lados,

$$\begin{aligned} \inf_{x \in X} \mathcal{L}(x, \alpha\mu + (1 - \alpha)\bar{\mu}) &= \inf_{x \in X} \{\alpha\mathcal{L}(x, \mu) + (1 - \alpha)\mathcal{L}(x, \bar{\mu})\} \\ &= \inf_{x \in X} \alpha\mathcal{L}(x, \mu) + \inf_{x \in X} (1 - \alpha)\mathcal{L}(x, \bar{\mu}) \\ &= \alpha \inf_{x \in X} \mathcal{L}(x, \mu) + (1 - \alpha) \inf_{x \in X} \mathcal{L}(x, \bar{\mu}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

ya que $\alpha \in [0, 1]$, y la suma de los valores ínfimos puede ser tan pequeña como el valor de un valor individual ínfimo, ya que se tiene la posibilidad de elegir diferentes soluciones óptimas en los dos problemas. Por lo tanto:

$$q(\alpha\mu + (1 - \alpha)\bar{\mu}) \geq \alpha q(\mu) + (1 - \alpha)q(\bar{\mu}) \quad (2.19)$$

se cumple. De esta desigualdad se deduce que si μ y $\bar{\mu}$ están dentro de D_q , entonces también lo hace $\alpha\mu + (1 - \alpha)\bar{\mu}$, así, D_q se dice que es convexo y q es cóncava en D_q .

El problema Lagrangiano dual siempre es convexo, es decir que maximiza a una función cóncava, lo cual ayuda a resolver el problema eficientemente.

TEOREMA 7 [Dualidad débil] Sea x y μ factibles en los problemas 2.14 y 2.9 respectivamente, entonces:

$$q(\mu) \leq f(x) \quad (2.20)$$

es decir:

$$q^* \leq f^* \quad (2.21)$$

a su vez si $q(\mu) = f(x)$, entonces dicho par de variables (x, μ) es óptimo en su respectivo problema, y si $q^* = f^*$, se dice que la brecha dual está dada por la siguiente expresión:

$$\Gamma = f^* - q^* \quad (2.22)$$

si Γ es cero, se dice que no hay brecha dual.

PROPOSICIÓN 3 [La brecha dual y la existencia de los multiplicadores de Lagrange] Si no hay brecha dual, entonces el conjunto de multiplicadores de Lagrange cuya representación es vectorial, será igual al conjunto óptimo de soluciones duales, por el contrario si hay brecha dual, entonces por consecuencia no hay multiplicadores de Lagrange.

TEOREMA 8 [Optimalidad global cuando no hay una brecha dual] El vector (x^*, μ^*) será un par de soluciones óptimas primales y un vector de multiplicadores de Lagrange si y solo si:

El problema dual es factible, es decir:

$$\mu \geq 0^m \quad (2.23)$$

se tiene optimalidad Lagrangiana:

$$\begin{aligned} x^* \in \operatorname{argmín} \mathcal{L}(x, \mu^*) \\ x \in X \end{aligned} \quad (2.24)$$

factibilidad en el problema primal:

$$x^* \in X, g_i(x^*) \leq 0^m \quad (2.25)$$

y holguras complementarias:

$$\mu_i^* g_i(x^*) = 0, i = 1, \dots, m \quad (2.26)$$

2.6. Métodos de Solución para Programación Entera Mixta

2.6.1. Programación Dinámica

La programación dinámica ha sido ampliamente utilizada en problemas discretos [19]. La separación de la función objetivo y de las funciones de restricción hacen que el método de la programación dinámica sea una buena alternativa para la solución de 2.27.

Sea el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \operatorname{minimizar} \quad & f(x) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \\ \operatorname{sujeta a} \quad & g_i(x) = \sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) \leq b_i, i = 1, \dots, m, \\ & x \in X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \end{aligned} \quad (2.27)$$

donde f_j y g'_{ij} s están definidas en \mathbb{R} , y todas las X'_j s son conjuntos enteros finitos en \mathbb{R} . Una consideración importante para llevar a cabo la implementación de dicho método para 2.27 es la incorporación de las g'_i s, las funciones g_{ij} toman valores enteros para toda $j = 1, \dots, n$ e $i = 1, \dots, m$.

Para aplicar la programación dinámica, se introduce k , que corresponde a una variable que denota las etapas, $0 \leq k \leq n$, y un vector de estado en la etapa k , $s_k \in \mathbb{R}^m$, que satisface la siguiente ecuación recursiva:

$$s_{k+1} = s_k + g^k(x_k), k = 1, \dots, n - 1 \quad (2.28)$$

con una condición inicial $s_1 = 0$, donde:

$$g^k(x_k) = (g_{1k}(x_k), \dots, g_{mk}(x_k))^T$$

Dado que las restricciones son valores enteros, sólo es necesario considerar puntos enteros en el espacio de estado. Además la region factible del vector de estado en la etapa k con $2 \leq k \leq n + 1$ se pueden acotar de la siguiente manera:

$$\underline{s}_k \leq s_k \leq \bar{s}_k$$

donde:

$$\underline{s}_k = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^{k-1} \min_{x_t \in X_t} g_{1t}(x_t) \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^{k-1} \min_{x_t \in X_t} g_{1m}(x_t) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

y

$$\bar{s}_k = \begin{bmatrix} \min \left\{ \sum_{t=1}^{k-1} \max_{x_t \in X_t} g_{1t}(x_t), b_1 - \sum_{t=k}^n \min_{x_t \in X_t} g_{1t}(x_t) \right\} \\ \vdots \\ \min \left\{ \sum_{t=1}^{k-1} \max_{x_t \in X_t} g_{mt}(x_t), b_m - \sum_{t=k}^n \min_{x_t \in X_t} g_{mt}(x_t) \right\} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La programación dinámica puede ser aplicada para resolver el problema 2.27 ya sea por una recursión hacia atrás o hacia adelante.

2.6.2. Ramas y Cotas

La idea básica detrás del método de ramas y cotas es un esquema implícito de enumeración que descarta sistemáticamente los puntos no factibles en X que son en los que no se espera conseguir la optimalidad en el problema. La misma idea puede aplicarse al

problema de programación de números enteros en problemas no lineales. Dado el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x, y) \\
 & \text{sujeto a:} \\
 & g_i(x, y) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q, \\
 & h_i(x, y) = 0, \quad i = 1, \dots, l, \\
 & x \in X \subseteq \mathbb{R}^n, \quad y \in Y \subseteq \mathbb{Z}^m
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

donde $f : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, q$), $h_i : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, l$) y \mathbb{Z}^m denota el conjunto de vectores enteros en \mathbb{R}^m , en donde X es un conjunto convexo no vacío en \mathbb{R}^n y Y es un conjunto entero finito en \mathbb{Z}^m , es decir, $Y = \{0, 1\}^m$.

El método en un problema de programación entera mixta está basado en la relajación continua de dicho problema. Al relajar la integralidad de la variable y , se obtiene el siguiente problema de programación no lineal:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x, y) \\
 & \text{sujeta a:} \\
 & g(x, y) \leq 0, \\
 & h(x, y) = 0, \\
 & x \in X \subseteq \mathbb{R}^n, \quad y \in \text{conv}(Y),
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

donde se definirán α y β como cotas inferiores y cotas superiores de y respectivamente. Entonces estableciendo lo siguiente:

1. $X \subseteq \mathbb{R}^n$ es un conjunto convexo, y Y es un conjunto entero finito
2. f y g_i ($i = 1, \dots, q$) son funciones convexas y diferenciables de (x, y) y h_i ($i = 1, \dots, l$) son funciones lineales de (x, y)
3. Se satisface alguna restricción no lineal, en la que una condición suficiente implica que la solución óptima de cada subproblema factible en 2.31 es un punto regular, es decir, los vectores gradiente de las restricciones activas sean linealmente independientes.

esto asegura que cualquier solución de 2.31 es una solución global y su solución puede verificarse aplicando directamente las condiciones de KKT. Los subproblemas se derivan relajando la integralidad de la variable entera y y acotando el límite superior y el límite superior en y_j para cada j . Entonces \mathbb{Z}^k denota la cota inferior obtenida de resolver el

subproblema para el nodo k que ramifica a las posibles soluciones al subproblema, y el valor óptimo del problema lineal la mejor cota superior.

2.6.3. Relajación de Lagrange

Para el problema 2.2, se define la función Lagrangiana para $\lambda \in \mathbb{R}^m$ y $\mu \in \mathbb{R}^l$ de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b_i) + \sum_{k=1}^l \mu_k (h_k(x) - c_k)$$

por lo tanto el problema de relajación Lagrangiana se expresa:

$$d(\lambda, \mu) = \min_{x \in X} \mathcal{L}(x, \lambda, \mu) \quad (2.33)$$

y se denota la región factible de 2.2 por:

$$S = \{x \in X \mid g_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m, h_k(x) = c_k, k = 1, \dots, l\},$$

A su vez se tiene que a través de la siguiente relación de dualidad débil:

$$d(\lambda, \mu) \leq f(x), \forall \lambda \in \mathbb{R}^m, \mu \in \mathbb{R}^l, x \in S$$

lo cual asegura que resolviendo para 2.33, obtendrá el límite inferior de f^* , es decir, el valor óptimo de 2.2. El problema dual se trata de encontrar el mejor límite inferior proporcionado por la relajación Lagrangiana:

$$\begin{aligned} \max d(\lambda, \mu) \\ \lambda \in \mathbb{R}^m, \mu \in \mathbb{R}^l \end{aligned} \quad (2.34)$$

Capítulo 3

Descripción y Asignación de Unidades Generadoras Térmicas

Debido a las recientes reestructuraciones en materia de energía, el sistema eléctrico mexicano pasó de ser un sistema regulado, operado y controlado por un organismo centralizado [4], a un sistema desregulado controlado y operado por un operador de mercado, abriendo así una área de oportunidad a la iniciativa privada a participar en el mercado eléctrico a través de subastas a corto y largo plazo, sujetas a ofertas de compra de energía y contratos bilaterales [3]. Esto conlleva a una transición del sistema y de su operación, desde un esquema de operación donde solo se priorizaba la seguridad a un entorno también económico.

Este hecho obliga a los ingenieros de potencia a idear e implementar nuevas técnicas que permitan minimizar los costos de producción, operación y transporte de la energía eléctrica. Una tarea importante a cubrir dentro de este rubro es la asignación de unidades, que consta de la programación de un esquema óptimo cuya tarea es determinar el programa de encendido y apagado de las centrales para un mejor aprovechamiento de los combustibles fósiles y así conseguir minimizar los costos de producción de la energía eléctrica [25].

3.1. Características de los Sistemas Térmicos

En los sistemas térmicos de generación de energía eléctrica se lleva a cabo un proceso que tiene que ver directamente con la quema de combustibles fósiles como son carbón, gas, diesel, o algunos derivados del petróleo como el combustóleo para generar calor, el cual va a incidir de manera directa en una caldera que convertirá y conducirá el agua contenida en su interior convertida en vapor, a una turbina que proporcionará el movimiento mecánico al rotor del generador eléctrico, este comportamiento es descrito mediante la figura 3.1.

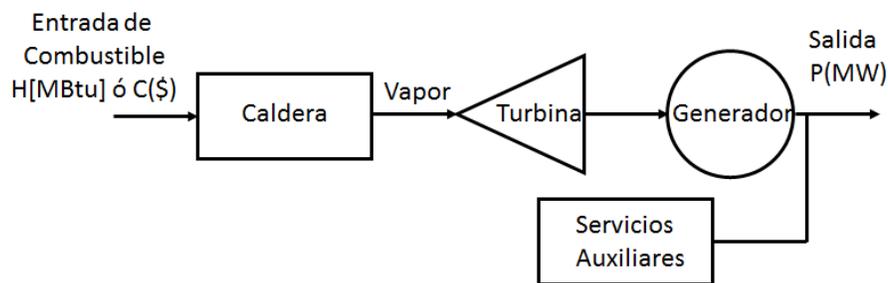


Figura 3.1: Diagrama de operación de una unidad termoeléctrica [20].

3.1.1. Plantas de Ciclo Combinado

Existen otro tipo de plantas térmicas que permiten un mejor aprovechamiento del combustible usado para generar la energía eléctrica, y estas son denominadas *Plantas de Ciclo Combinado*.

Cuando se emplean plantas térmicas convencionales, los gases producidos por la quema de los combustibles fósiles en su proceso de generación son liberados a la atmósfera con gran calor en su composición, por el contrario en este tipo de plantas se re-utiliza la energía liberada por el calor contenida en el gas, que es captado por un recuperador de calor que genera vapor para impulsar una turbina de vapor en un segundo proceso de generación.

La instalación más común de una central de ciclo combinado consta de varios pares de turbinas de combustión acoplados con generadores con recuperador de calor y un conjunto de turbinas de vapor-generador. El vapor que proporciona el recuperador de calor impulsa a la turbina de vapor además de suministrar vapor a los sistemas que lo requieran [35], es decir, la salida eléctrica de este conjunto se conecta no sólo al sistema de energía

eléctrica, sino también para el sistema de potencia auxiliar en la central. Una unidad típica con turbina de vapor puede requerir un 2-6 % de la producción total de la unidad para los requisitos de potencia auxiliares necesarios para accionar las bombas de agua de alimentación, las bombas de las calderas, ventiladores, condensador, etc. [20].

Cabe mencionar que este tipo de centrales son muy utilizadas en el nuevo contexto del sector eléctrico debido a su alta eficiencia, por ejemplo, si una central de ciclo combinado posee una configuración constituida por un generador acoplado a una turbina de combustión que entrega una potencia nominal de 80 MW, el generador acoplado a la turbina de vapor entregaría una potencia de 40 MW, por lo que la producción total de la central sería de 120 MW. Este tipo de configuración puede llegar a alcanzar una eficiencia de hasta el 60 %, lo que se traduce a una mejora del 20 % al 30 % con respecto a las turbinas de combustión de las plantas térmicas convencionales [36].

Dicho lo anterior las centrales de ciclo combinado poseen una alta eficiencia térmica, es decir, un consumo de combustible menor para generar la misma energía, menos consumo de combustible implica menores costos de operación y una menor emisión de contaminantes por unidad, haciéndolos no sólo una opción económica, sino también una solución ecológica [33].

La descripción de este sistema de la central se puede observar en la figura 3.2.

3.1.2. Costos de la Operación de las Unidades Termoeléctricas

Otra característica importante para el estudio de asignación de unidades son los costos derivados de la operación de las mismas, ya que a partir de ellos se determinarán los criterios de selección de arranque del grupo de generadores disponibles, los cuales se describen a continuación:

3.1.3. Costos de Arranque

El costo de arranque se define como el costo que se deriva de la utilización del combustible consumido por el quemador para generar el calor necesario con el objetivo de conseguir las condiciones de presión y temperatura para que la caldera sea capaz de aportar el vapor para mover la turbina [20], ya sea desde una etapa de reposo o baja velocidad del rotor, pues es importante mencionar que el costo de arranque de una central es una función exponencial que dependerá del tiempo en que la unidad salió de servicio, es decir, que

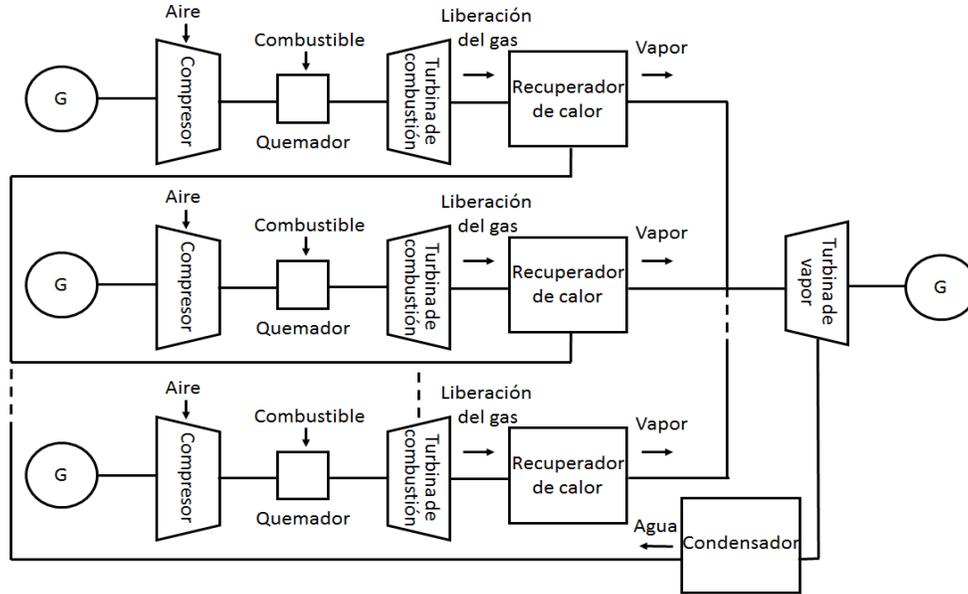


Figura 3.2: Diagrama de operación de una central de ciclo combinado [33].

es proporcional al enfriamiento de la unidad, mismo que puede expresarse de la manera siguiente:

$$C_i = C_0 \cdot (1 - e^{-\Phi \cdot t}) \quad (3.1)$$

donde:

i := unidad de estudio

t := tiempo que permaneció fuera de servicio la unidad i

C_i := costo de arranque de la unidad de estudio

C_0 := costo de arranque en frío

Φ := constante de enfriamiento de la unidad

en la figura 3.3 se ilustra el costo de arranque en función del tiempo que dura apagada la unidad.

3.1.4. Costo del Combustible en la Operación

Cuando la unidad es puesta en servicio, su potencia entregada estará en función directamente de la energía calorífica transformada a través de la quema del combustible. Es

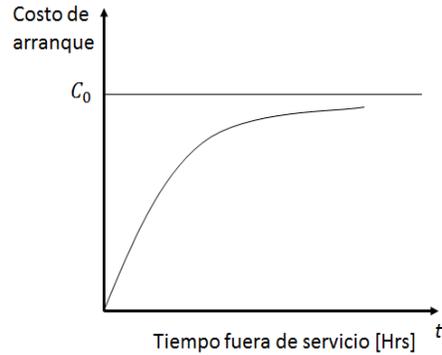


Figura 3.3: Costo de arranque en función del tiempo de desconexión.

por ello que es prioritario conocer el precio unitario del combustible, que aunado a una descripción del aprovechamiento calorífico del mismo, determinará el costo de entrada al sistema de generación reflejado en la potencia entregada por el generador. Dicha descripción es llevada a cabo mediante el modelo de aprovechamiento calorífico expresado en *Mega British Thermal Units* [MBtu/hora], por medio de una curva continua (usadas en el estudio de esta tesis) o por una curva segmentada a trozos, denominada curva de entrada-salida, las cuales se pueden apreciar más claramente en la figura 3.4 .

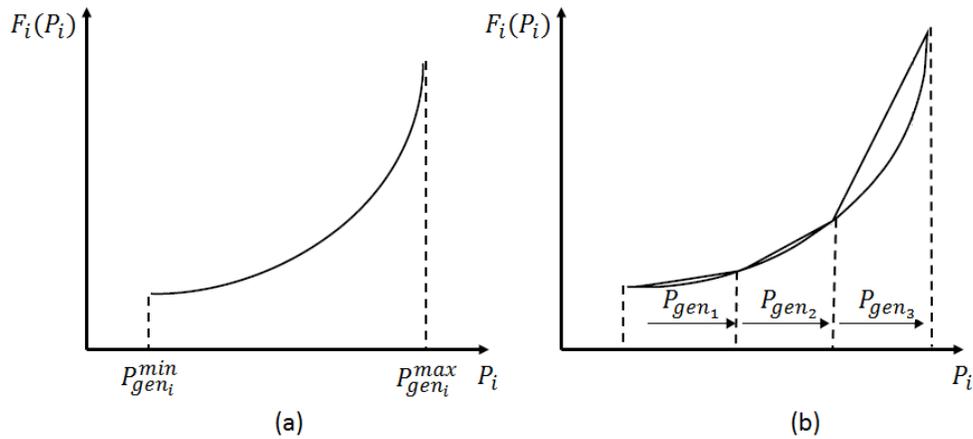


Figura 3.4: (a) Curva de entrada-salida no lineal, (b) Curva entrada-salida segmentada a trozos.

Éstas curvas son caracterizadas a partir de un polinomio que describe el comporta-

miento de las mismas:

$$F(P_i) = aP_i^2 + bP_i + c$$

donde:

$F(P_i)$:= representa el costo del combustible

P_i := potencia a la que se encuentra operando la unidad i
y acotadas a límites a los operativos:

$$P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max}$$

a su vez, para las plantas de ciclo combinado se tienen diferentes costos de operación para una misma central, esto debido a que cuentan con más de una configuración en su operación, pues se componen de unos cuantos arreglos de turbina a base de combustión acoplada a un generador con recuperador de calor (TC-RCGV) unos cuantos arreglos o en su defecto una turbina de vapor - generador (TV). Además de este esquema de base, la caldera auxiliar se utiliza para suministrar la carga de vapor en caso de que no se necesite únicamente para la producción de energía eléctrica. Algunas configuraciones de planta de ciclo combinado pueden tener una caldera adicional para conducir el vapor a la (TV) independientemente del par de (TC-RCGV), y algunos pueden usar un combustible adicional que se puede utilizar en el (RCGV) para producir calor de forma independiente a las turbinas de combustión. Esos esquemas se pueden modelar mediante enfoque desarrollado como distintas configuraciones adicionales. En la tabla 3.1 se muestran las configuraciones más usuales en la operación de estas plantas así como la representación de sus curvas entrada-salida para cada unos de sus configuraciones ilustrados en la figura 4.6

Tabla 3.1: Composición de las configuraciones de una central de Ciclo Combinado.

Número de configuración	Compuesta de	Máxima Potencia
1	1 TC	P1 max
2	2 TC	P2 max
3	1 TC + 1 TV	P3 max
4	2 TC + 1 TV	P4 max

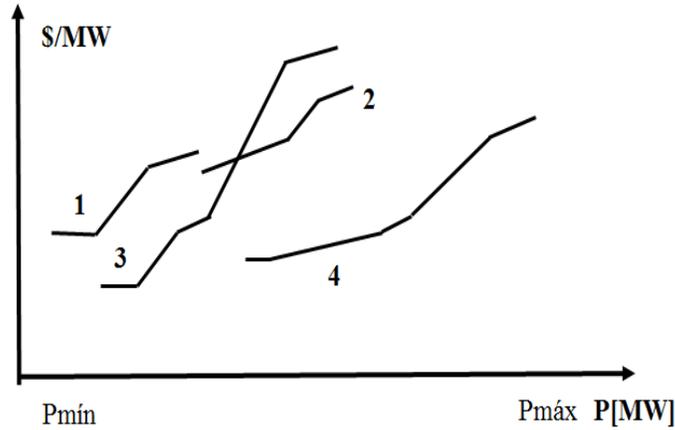


Figura 3.5: Curvas de las configuraciones de operación para una central de Ciclo Combinado [35].

3.1.5. Costos Marginales del Combustible

Los costos marginales del combustible están caracterizados por la primera derivada de la función de entrada-salida, lo que se traduce a que la función que describe estos costos, resulta una función lineal:

$$\frac{\Delta F_i}{\Delta P} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = 2a \cdot P_i + b$$

A su vez, si la curva de entrada-salida se modela a través de una función lineal por tramos, la curva de costos marginales estará representada por una función escalonada. A lo que cada valor del escalón que compone a la función corresponde a la pendiente de cada tramo de la función de entrada-salida [20].

3.2. Problema de Asignación de Unidades

El problema de asignación de unidades consiste en la designación del mejor esquema de generación, a través de la selección los generadores que estarán conectados en determinada etapa u horario en función de la demanda presente para ese instante, respetando los límites operativos de las máquinas.

La formulación del problema se plantea a continuación:

3.2.1. Planteamiento del Problema

El objetivo del problema de la asignación de unidades es la minimización de los costos de producción en un horizonte establecido que puede ser de 24 a 168 hrs. Por lo tanto, la función objetivo se expresa como la suma de los costos de producción de la energía eléctrica, sin embargo el valor de la demanda por etapa es diferente para cada una de ellas debido a la naturaleza de la carga, la generación debe de cubrir a la demanda en todo momento, este comportamiento se describe a través de la ecuación de balance de potencia que se define como:

$$P^t_{carga} - \sum_{i=1}^{N_{gen}} P_i^t U_i^t = 0 \text{ para } t = 1, \dots, T$$

donde:

- i := representa el número de unidad
- U_i^t := representa a la variable de decisión $\in \{0, 1\}$
- P^t_{carga} := demanda de potencia para la etapa t
- P_i^t := potencia entregada por cada unidad i

3.2.2. Formulación Matemática del Problema de Asignación de Unidades

Para proceder a la solución del problema es importante tener un buen modelo matemático bien definido que nos permita llegar a la mejor solución. Como el esquema de asignación de unidades es un problema de optimización matemática, entonces se plantea la función objetivo, la cual consta de minimizar los costos de producción, y se define de la manera siguiente:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_{gen}} [F_i(P_i^t) + \text{costo de arranque}_{i,t}] U_i^t = F(P_i^t, U_i^t) \quad (3.2)$$

definiendo las restricciones del problema de asignación de unidades se tiene:

1. Ecuación de Balance de Potencia

$$P^t_{carga} - \sum_{i=1}^{N_{gen}} P_i^t U_i^t = 0 \text{ para } t = 1, \dots, T \quad (3.3)$$

2. Límites operativos

$$U_i^t P_i^{min} \leq P_i^t \leq U_i^t P_i^{max} \quad (3.4)$$

3. Rampa de incremento de potencia

$$P_i^{k+1} - P_i^k \leq S_i \quad (3.5)$$

4. Rampa de decremento de potencia

$$P_i^k - P_i^{k+1} \leq T_i \quad (3.6)$$

a su vez cuando en el sistema se consideran las plantas de ciclo combinado dentro del problema general de asignación de unidades, dicho problema que trata asignación de la configuración óptima, es tratado como un subproblema que resuelve simultáneamente en el cálculo, y se describe de la manera siguiente:

$$Min \sum_{t=1}^T \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} [F_{m,n}(P_{m,n}^t) + \text{costo de arranque}_{m,n}] U_{m,n}^t = F(P_{m,n}^t, U_{m,n}^t) \quad (3.7)$$

en donde se buscan minimizar los costos de la operación derivados de la puesta en marcha de las configuraciones asignadas para la operación para las diferentes etapas de estudio. Para este problema por la naturaleza de sus componentes térmicos, se consideran las restricciones anteriores, sin embargo se tienen que establecer restricciones adicionales como lo son los modos de transición permitidos y la exclusividad de la selección por etapa de cada uno de ellos, y esto se establece en la ecuación siguiente:

$$\sum_{j \in M} U_{m,n}^T = 1$$

donde:

$U_{m,n}^T$:= representa la variable de asignación del modo m de la central n en la etapa T , $U \in [0, 1]$

$j \in M$:= representa todas las configuraciones presentes en la central

3.3. Restricciones en la Operación de las Unidades Térmicas

3.3.1. Límites Operativos

Existen restricciones operativas en los generadores térmicos, para conseguir el funcionamiento correcto de los mismos, y a su vez evitar que estos se dañen por una mala operación. Las unidades térmicas tienen una potencia de salida mínima para un funcionamiento estable. "Típicamente, este valor corresponde del 10 % al 30 % de la potencia máxima para unidades alimentadas con gas natural o petróleo y del 20 % al 50 % de la potencia máxima para unidades alimentadas con carbón"[28] [22].

3.3.2. Incremento y Decremento en la Generación

Esta restricción obliga a una unidad termoeléctrica a incrementar o disminuir la potencia eléctrica generada por debajo de una razón de cambio. Esta característica se denomina rampa de incremento máximo de generación o rampa de incremento de generación. Esta restricción se representa de la siguiente manera:

$$P_i^{k+1} - P_i^k \leq S_i$$

donde:

S_i := representa la rampa de incremento de generación

A su vez cuando una unidad baja su nivel de producción de potencia, este no debe exceder los límites de la rampa de decremento de potencia, descrita a continuación:

$$P_i^k - P_i^{k+1} \leq T_i$$

donde:

T_i := representa la rampa de decremento de generación

3.3.3. Transición de Configuraciones para Centrales de Ciclo Combinado

En esta restricción que es exclusiva para plantas de ciclo combinado, determina las transiciones permitidas de un estado de operación a otro y las no permitidas las restringe

[34]. En la figura 3.6 se muestra un ejemplo de la dinámica de la transición de estados.

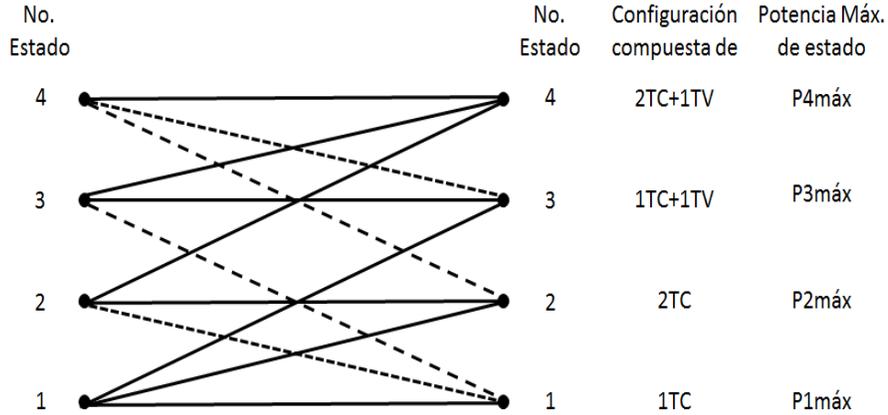


Figura 3.6: Diagrama de estados de transición para centrales de ciclo combinado [35].

3.3.4. Modos de Operación Mútualmente Excluyentes

Sí todas las configuraciones presentes en la central de ciclo combinado fueran válidas, se estaría hablando que cada una ellas es una unidad térmica independiente, sin embargo como no es así, cada una de las configuraciones presentes deben ser mutuamente excluyentes, es decir, una sola configuración puede ser asignada en una determinada etapa de estudio. Esto significa que:

$$\sum_{j \in M} U^T_{m,n} = 1$$

donde:

$U^T_{m,n}$:= representa la variable de asignación del modo m de la central n en la etapa T, $U \in [0, 1]$

$j \in J$:= representa todas las configuraciones presentes en la central

Para esto existen distintas metodologías de asignación de unidades, que a continuación se muestran.

3.4. Métodos de Solución del Programa de Asignación de Unidades

3.4.1. Lista de Prioridad

Este método básicamente consiste en construir una lista con el orden en que serán despachadas las unidades de las que se dispone según la demanda a cubrir, esto con base a su costo de producción, es decir, las centrales más baratas serán despachadas primero y las centrales más costosas despacharán únicamente los picos de demanda. De manera más detallada el procedimiento se traduce a lo siguiente:

El método toma en cuenta la demanda en cada hora, y cuando el valor de la carga decrece, éste determina si la siguiente unidad de la lista aportará la generación suficiente para satisfacer la demanda, en conjunto con los requisitos de reserva rodante. Si no es así, continúa el método [20]. Después debe determinar el número de horas o etapas, antes de que se necesite de nuevo la unidad, es decir, suponiendo que el valor de la carga disminuye y posteriormente vuelve a elevarse, y si dicho intervalo es menor que el tiempo mínimo de desconexión de la unidad, se mantiene el esquema asignado y se procede a ir al siguiente paso.

Posteriormente se procede a calcular dos costos, el primero es la suma de los costos de producción para cada hora con la unidad encendida, y la suma de los costos cuando la potencia aportada por la unidad disminuye o en su defecto la desconexión de la misma (según la opción más económica) y añadiendo el costo de puesta en marcha. Si hay suficiente ahorro al apagar la unidad, ésta debe ser desconectada; de lo contrario, se mantendrá en servicio.

Se debe repetir este procedimiento completo para la siguiente unidad en la lista de prioridad. Si también es descendido, pase a la siguiente y así sucesivamente [20].

Es importante mencionar que es posible realizar modificaciones al método para que éste cumpla con los objetivos y restricciones deseados [20][24].

3.4.2. Programación Dinámica

La programación dinámica posee grandes ventajas sobre el esquema de enumeración, debido a la reducción de la dimensionalidad del problema[20]. En este método básicamente se busca el la solución factible a los estados de las unidades que son la representación de

la combinación de ellas.

En el problema de programación dinámica se asume que un estado se compone de una serie de unidades específicas en operación y el resto desconectadas, que el costo de arranque de una unidad es independiente del tiempo que ha estado fuera de línea es decir, es lo interpreta como una cantidad fija, que se agrega ningún costo adicional por el hecho de poner fuera de operación una unidad, hay un orden de prioridad estricta, y en cada intervalo o etapa posee un mínimo número de unidades que debe estar funcionando y en el que un estado factible es aquel en la que las unidades asignadas en el cálculo pueden suministrar la carga demandada y que éste cumpla con la cantidad mínima de la capacidad de cada período.

La dirección de búsqueda del algoritmo se lleva acabo ya sea en orden progresiva o regresiva la cual se divide en etapas que forman parte de un conjunto que representa el horizonte de estudio.

3.4.3. Método de Ramas y Cotas

La búsqueda que lleva a cabo el método hacia la solución óptima se hace a partir de un árbol de decisión, de ahí el nombre. Este método resuelve inicialmente el problema sin considerar las restricciones, es decir lo relaja, para posteriormente seleccionar una de las variables enteras agregando dos nuevas restricciones, una de ellas describe la cota superior a la variable seleccionada restringiendo su valor del máximo de la parte entera de su valor actual, la segunda representa la cota inferior de la variable seleccionada restringiendo su valor de al menos la parte entera de su valor actual.

A partir de esto se crean dos nuevos problemas de programación lineal (llamados ramas) y se resuelven. Uno agrega la restricción de la cota superior y el otro agrega la restricción de la cota inferior. Se trata de un proceso iterativo el que continúa hasta que se encuentra una solución entera.

Si una cota superior es encontrada, solo se examinan pocos nodos del árbol de Ramificación y cotas, para obtener las soluciones sub-óptimas.

Al igual a lo que sucede con la programación dinámica (y en general con todas las técnicas de optimización enumerativas), este método empeora dramáticamente su desempeño en la medida que aumenta el número de unidades generadoras.[22]

3.4.4. Método de Relajación Lagrangiana

Esta metodología se basa principalmente en el teorema de relajación el cual establece que existen dos problemas, en los que el problema original está contenido dentro del espacio factible del problema relajado, y afirma que si existen una serie de variables dependiendo de la dimensión del espacio del problema relajado, satisfacen a este problema, dichas variables también serán óptimas para el problema original.

Los subproblemas son resueltos independientemente ignorando las restricciones y cada subproblema determina la solución para cada una de las unidades respectivamente.

Los subproblemas son penalizados por multiplicadores de Lagrange para formular un problema dual. Para el problema, el valor de la función original o también llamada primal es siempre mayor o igual que la función que se define como la función dual. La diferencia entre los dos rendimientos de las funciones es denominado en la literatura como el Gap Dual [20], para que la función original acote al problema como un límite superior. El Gap Dual representa una relación de la convergencia de la solución. Los multiplicadores de Lagrange o también llamados variables duales se calculan a través de un incremento que dependerá del gradiente de la función dual, una vez calculados, estos son llevados a los subproblemas, la solución de los subproblemas se hace por medio de programación dinámica.

3.4.5. Programación Entera Mixta

Se dice que se han producido avances en el campo que se refiere a la programación como entero, es decir, la programación de los métodos que manipulan directamente las variables enteras y llegan a soluciones óptimas que son mejores que las alcanzado el uso de la Relajación Lagrangiana [20].

Estos métodos en general requieren suponer algunas consideraciones que pueden limitar el espacio de búsqueda, con lo cual las soluciones obtenidas pueden estar alejadas de la solución óptima [25][22].

3.4.6. Programación Lineal

La programación lineal es aquella que describe un problema de optimización a través de una función lineal que satisface un conjunto de restricciones también lineales de igualdad

y/o desigualdad.

Existen diversas técnicas para resolver este problema, pero debido a que en los problemas de ingeniería intervienen muchas variables se buscan técnicas robustas de optimización, por ejemplo de punto interior se puede hablar del método de escalado afín[27] el cual busca la solución dentro de una región factible acotada poliedroidalmente hasta un punto extremo ó la técnica Simplex que busca la solución del problema en cada uno de los puntos extremos de la envoltura convexa [16][15].

La justificación del uso de la programación lineal en problemas de ingeniería es que es una metodología amigable y que puede abarcar gran área de aplicaciones debido a sus formulaciones simples, además de que sus tiempos de cálculo son pequeños además de que no presenta complicaciones con respecto a la convergencia.

Capítulo 4

Desarrollo del Algoritmo Empleado para el Problema de Asignación de Unidades

Existen múltiples y variantes técnicas para abordar el problema de asignación de unidades, pero también existen ventajas entre ellas lo que permite tomar una decisión para seleccionar alguna según la aplicación, por ejemplo el método programación dinámica tiene muchas desventajas para los grandes sistemas de potencia con un gran número de unidades de generación, debido a que el algoritmo fuerza a buscar la solución a través de un pequeño número de estados posibles de asignación para reducir el número de combinaciones que deben ser probados en cada periodo de estudio, sin embargo con la técnica de relajación Lagrangiana, estos inconvenientes desaparecen (aunque surgen otros problemas técnicos y deben abordarse) [37][20]. El algoritmo de relajación Lagrangiana se basa en el principio de la programación dual y de la programación entera mixta, y en este como su nombre lo dice, relaja ciertas restricciones para simplificar aún más el problema, es decir las ignora, y resuelve para cada unidad a través de un subproblema independiente. Dicho algoritmo de solución se describe con detalle a continuación.

4.1. Algoritmo de Relajación Lagrangiana

Dado el siguiente problema:

$$\text{Función Objetivo} = \text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_{gen}} [F_i(P_i^t) + \text{costo de arranque}_{i,t}] U_i^t = F(P_i^t, U_i^t) \quad (4.1)$$

Sujeta a:

$$P_{carga}^t - \sum_{i=1}^{N_{gen}} P_i^t U_i^t = 0 \text{ para } t = 1, \dots, T$$

$$U_i^t P_i^{min} \leq P_i^t \leq U_i^t P_i^{max}$$

Por definición, se procede a construir la función lagrangiana:

$$\mathcal{L}(P, U, \lambda) = F(P_i^t, U_i^t) + \sum_{t=1}^T \lambda^t (P_{carga}^t - \sum_{i=1}^{N_{gen}} P_i^t U_i^t) \quad (4.2)$$

donde:

- t := etapa de estudio
- i := número de unidad
- P_i^t := generación térmica de la unidad i en la etapa t
- $F(P_i^t)$:= función de costos de generación de la unidad i en la etapa t
- U_i^t := estado de asignación (1 sí la unidad está encendida ó 0 sí está apagada) de la unidad i en la etapa t
- P_i^{min} := potencia mínima de generación de la unidad i
- P_i^{max} := potencia máxima de generación de la unidad i
- P_{carga}^t := potencia que demanda la carga
- λ^t := multiplicador de lagrange

El algoritmo de la relajación lagrangiana trabaja con base a la programación dual no convexa, es decir, se tiene una variable primal que se representa como:

$$J^* = \min\{\mathcal{L}(P, U, \lambda)\} \quad (4.3)$$

Y una variable dual que se define como:

$$q(\lambda) = \max\{\min\{\mathcal{L}\}\} \quad (4.4)$$

$$\lambda \geq 0$$

De esta manera las ecuaciones de restricción del problema primal se relajan y pasa a formar parte de la función objetivo, lo cual se traduce en la simplificación del problema.

Para esto el valor se procede a encontrar un valor de λ tal que aumente el valor de 4.4, posteriormente se ajusta el multiplicador de lagrange y se considera fijo para encontrar los valores de P y U.

Para esto se sabe que el mínimo de la función se obtiene a partir de la primera derivada, esto es:

$$\frac{d}{dP_i^t}[F_i(P_i) - \lambda^t P_i^t] = \frac{d}{dP_i^t} F_i(P_i) - \lambda^t$$

Por lo tanto la solución a esta ecuación se expresa como:

$$\frac{d}{dP_i^t} F_i(P_i^{opt}) = \lambda^t$$

de lo que se desprenden tres posibilidades relacionadas con los límites de operación de cada unidad, estas son:

1. Sí $P_i^{opt} \leq P_i^{min}$

$$\min[F_i(P_i) - \lambda^t P_i^t] = F_i(P_i^{min}) - \lambda^t P_i^{min}$$

2. Sí $P_i^{min} \leq P_i^{min} \leq P_i^{max}$

$$\min[F_i(P_i) - \lambda^t P_i^t] = F_i(P_i^{opt}) - \lambda^t P_i^{opt}$$

3. Sí $P_i^{opt} \geq P_i^{max}$

$$\min[F_i(P_i) - \lambda^t P_i^t] = F_i(P_i^{max}) - \lambda^t P_i^{max}$$

Para proceder con la asignación de la variable de decisión, ya se tienen valores de las variables duales para cada etapa así como las potencias óptimas permitidas para cada unidad, entonces observamos que $[F_i(P_i) - \lambda^t P_i^t]$ puede ser evaluada, y se procede a activar la unidad con $U = 1$, sí la función evaluada se minimiza, es decir el valor es negativo, por el contrario si el valor resulta positivo $U = 0$, es de esta forma como se lleva a cabo la asignación de los estados dinámicos dentro del problema de asignación de unidades. Ahora se debe maximizar la función dual $q^*(\lambda)$ a través de la actualización de la variable dual λ , cuyo valor debe hacer más grande al valor de la función dual evaluada, la maximización se logra a partir de:

$$\lambda^{t+1} = \lambda^t + \left[\frac{d}{d\lambda} q(\lambda) \right] \alpha \quad (4.5)$$

En donde α es el paso que ha de acelerar el crecimiento de la variable dual a partir del siguiente criterio [20][30]:

$$\begin{aligned} \text{SÍ } \frac{dq(\lambda)}{d\lambda} > 0, \text{ entonces } \alpha &= 0.01 \\ \text{SÍ } \frac{dq(\lambda)}{d\lambda} < 0, \text{ entonces } \alpha &= 0.002 \end{aligned}$$

Ya calculados los valores de la potencia despachada por cada central asignada, se evalúan tanto en 4.3 como en 4.4 para mensurar la tasa de proximidad a la solución factible, esto se hace a través de una relación representada por un valor que se denomina Brecha Dual, el cual se encarga de asegurar la convergencia mediante la comparación de ambas, como se describe a continuación:

$$\text{Brecha Dual} = \frac{J^* - q^*}{q^*}$$

Para que el algoritmo detecte que llegó a la solución óptima, la Brecha Dual actuará como un indicador, puesto que debe de ser lo suficientemente pequeño para que los valores de ambas funciones dual y primal aproximen su valor una de la otra pues mientras la función primal su decrece, el valor de la función dual aumenta, y si se mantiene la brecha entre ellos, continuará su proceso.

Como se sabe, el principal objetivo del problema de asignación de unidades es cubrir la demanda de carga horaria con el menor número de centrales disponibles, lo que se traduce a un menor costo al momento del despacho, es por ello que a lo largo del desarrollo del cálculo de la solución, no obtendrá una solución, a menos que se cubra la demanda para cada una de las etapas, esto se consigue evitando que la Brecha Dual pare el proceso, para ello se debe forzar a mantener la brecha amplia para que esto no ocurra asignando un alto valor a la función primal J^* , sin que entre al proceso de despacho, ya que dicha función representa el costo total de los combustibles por etapa, mientras que entre en una etapa de factibilidad, si es así, se llevará a cabo el despacho térmico convencional con las unidades asignadas gobernadas por las variables de decisión.

A continuación se muestra el diagrama que muestra el procedimiento del algoritmo:

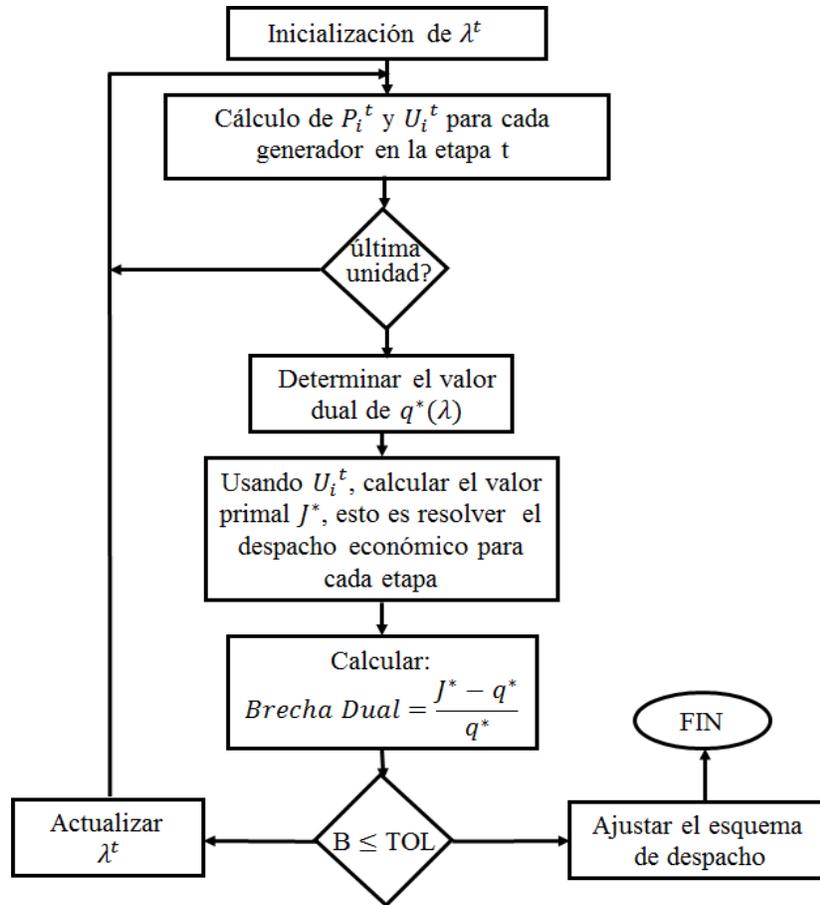


Figura 4.1: Diagrama de flujo del algoritmo de relajación Lagrangiana.

4.2. Implementación de la Técnica de Relajación Lagrangiana Aplicada a la Asignación de Unidades Térmicas Convencionales

4.2.1. Descripción del Programa

Como se explicó con anterioridad lo que se pretende en esta tesis es desarrollar una herramienta computacional que proporcione el programa de generación óptimo para una determinada demanda horaria, que considere las restricciones operativas de las unidades, viendo lo que ocurre entorno al programa teniendo la posibilidad de implementar ruti-

nas adicionales que mejoren la exactitud de la solución, es por ello que el desarrollo y la implementación de la herramienta se llevó a cabo en MICROSOFT FORTRAN POWERSTATION.

4.2.2. Características del Lenguaje y sus ventajas

FORTTRAN se caracteriza por su alta capacidad en los cálculos matemáticos, tratamiento de cadenas de caracteres y edición de informes. Es un lenguaje con gran énfasis, por la facilidad con que permite expresar una ecuación. Debido al desarrollo de los métodos de programación, se le han incorporado nuevas funciones, estructuras de control y asignación dinámica de memoria, posee comandos breves para efectuar operaciones matemáticas con matrices y dispone de tipos, y estas mejoras aportan información útil al compilador. Por estas razones FORTRAN no es muy usado fuera de los campos de la informática y el análisis numérico, pero permanece como el lenguaje a escoger para desempeñar tareas de cálculo numérico de alto rendimiento.

4.2.3. Programa AURL

El programa general AURL consta de tres subrutinas básicas que en conjunto operan para conseguir la asignación de generación. Una de ellas es la asignación a la unidad de datos que permite llevar a cabo la lectura de los parámetros requeridos por el programa, la segunda consta de la aplicación del algoritmo de relajación lagrangiana y la tercera consta de el despacho económico de generación. A continuación se describen cada una de ellas.

4.2.4. Subrutina RECDAT

En esta subrutina se procede a la recopilación de datos de las unidades con la disponibilidad de ser asignadas, para cada una de las etapas con los respectivos requerimientos de carga según el horizonte de planeación para efectos de cálculo del programa general. Dicha subrutina recopila los datos desde un archivo.dat y los almacena en la unidad de memoria que es asignada desde la subrutina en el orden que a continuación se presenta:

- Número de Unidades de Generación disponibles
- Número de etapas de estudio
- Costo de arranque por unidad

- Curvas de entrada/salida de cada una de las Unidades
- Límite operativo máximo por unidad
- Límite operativo mínimo por unidad
- Requerimiento de generación por etapa

Para verificar que los datos introducidos son correctos o que en su defecto, la subrutina los lee, imprime en la pantalla los datos que fueron introducidos en el programa y que van a ser sujetos a ser manipulados por el mismo. Posterior a esto se abre una unidad donde imprimirá los resultados del algoritmo, y crea un archivo.res donde se puede observar la combinación binaria por etapa obtenida.

4.2.5. Subrutina AUTRL

En esta subrutina se lleva a cabo el desarrollo y aplicación del algoritmo de Relajación Lagrangiana aplicado a la asignación de unidades térmicas convencionales.

El primer paso de acción de esta subrutina es crear un loop en donde se llevará a cabo el algoritmo y parará con una bandera binaria que indicará la convergencia del método, donde anidado al mismo se encontrará otro loop que representará el paso de las etapas a través del algoritmo.

Posteriormente se realiza el procedimiento del cálculo de potencias con base a la derivada de la curva de costos de producción donde se lleva a cabo una selección del valor calculado, con el objetivo de evitar violaciones en los límites operativos de la unidad. Estos valores obtenidos son evaluados en la función primal para llevar a cabo el criterio de asignación de la unidad, obteniendo con esto los valores de las variables binarias que corresponden al encendido y apagado de las unidades. Estos valores junto con las potencias calculadas se evalúan en la función lagrangiana para obtener la función dual.

El valor de la variable dual aumenta con respecto a un control que le asigna un número denominado paso, que dependerá de la derivada de la función dual.

Dentro de esta subrutina se manda a llamar a otra denominada DEG en la que se determina el despacho económico de generación y los resultados del despacho se evalúan en la función primal.

Una vez calculados los valores correspondientes a la función primal y dual respectivamente se procede a calcular la brecha dual, que nos servirá como indicador para cerrar el loop una vez que el algoritmo haya encontrado la solución, e imprimirá el resultado de la asignación en un archivo.res

4.3. Casos de Estudio de Asignación de Unidades Térmicas Convencionales

4.3.1. Caso de estudio 4.1

En este caso se cuentan con 3 generadores con las siguientes características:

Tabla 4.1: Características de los generadores del caso de estudio 4.1 [20].

	UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3
Pmáx (MW)	600	400	200
Pmín (MW)	100	100	50
a(\$/MW ² h)	0.002	0.0025	0.005
b(\$/MWh)	10	8	6
c(\$/h)	500	300	100

Tabla 4.2: Características de las requisiciones de carga del caso de estudio 4.1 [20].

HORA	Pcarga (MW)
1	170
2	520
3	1100
4	330

Tabla 4.3: Resultados de la asignación de generación del caso de estudio 4.1 según [20].

ETAPA	UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3	P1	P2	P3	Carga-Gen	P_1^{de}	P_1^{de}	P_1^{de}
1	0	0	1	0	0	200	-30	0	0	170
2	0	1	1	0	384	200	-64	0	320	200
3	1	1	1	600	400	200	-100	500	400	200
4	0	1	1	0	400	200	-270	0	130	200

Evaluando los resultados obtenidos de [20] en la función dual y primal respectivamente, se tiene:

$$q^* = 19,442, J^* = 20,170, \text{ y } \frac{J^* - q^*}{q^*} = 0.037$$

Corriendo el programa AURL.f90 con los datos anteriores, se procede a verificar el comportamiento del algoritmo a lo largo del proceso, es decir la convergencia mediante la brecha dual, el cual se observa en la figura 4.2:

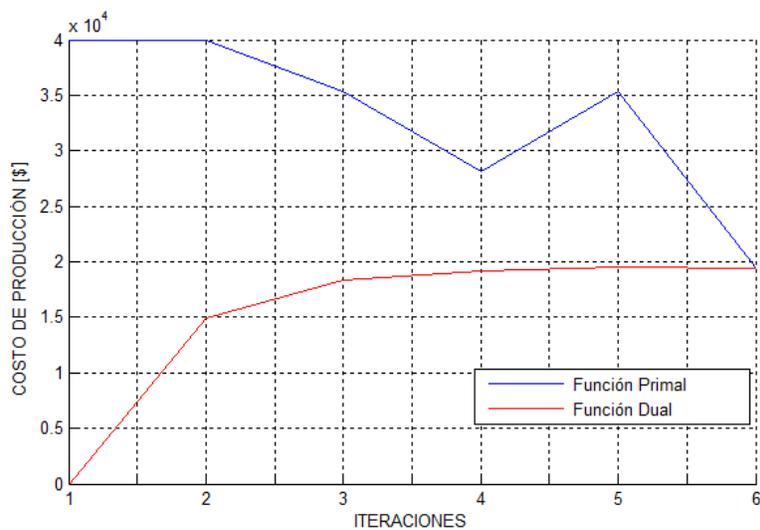


Figura 4.2: Comportamiento del algoritmo a lo largo del estudio para el caso 4.1.

se observa que ambos valores tanto de la función dual como la función primal llegan a ser casi los mismos por lo que la brecha dual es lo suficientemente pequeña como para asegurar la solución óptima al problema [20], por lo tanto se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 4.4: Resultados de la asignación de generación del caso de estudio 4.1 con el programa AURL.f90.

ETAPA	UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3	P1	P2	P3	Carga-Gen	P_1^{de}	P_1^{de}	P_1^{de}
1	0	0	1	0	0	200	-30	0	0	170
2	0	1	1	0	384	200	-64	0	320	200
3	1	1	1	600	400	200	-100	500	400	200
4	0	1	1	0	400	200	-270	0	130	200

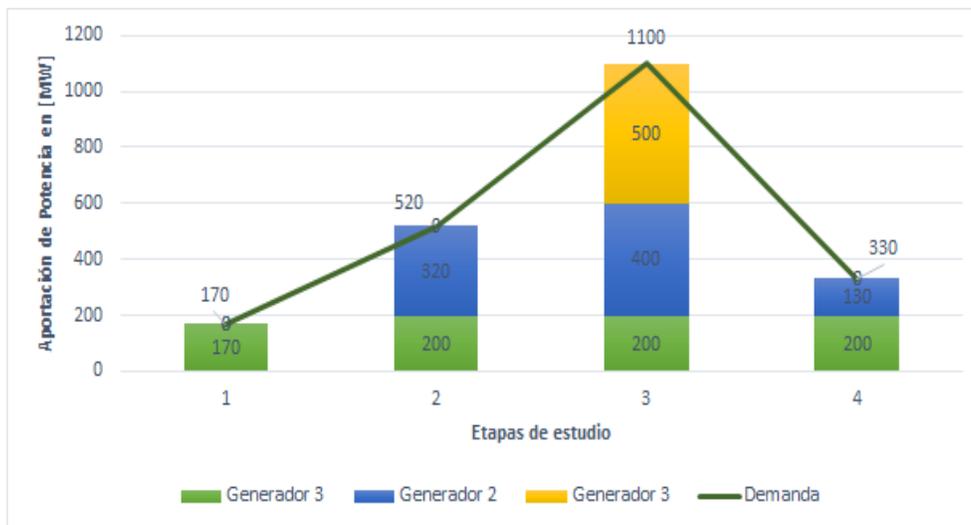


Figura 4.3: Esquema de la asignación de generación para el caso de estudio 4.1.

$$q^* = 19,441.76, J^* = 19,445.15, \text{ y } BrechaDual = \frac{J^* - q^*}{q^*} = 0.000174399$$

como se observa se obtienen resultados casi idénticos a con respecto a [20].

4.3.2. Caso de estudio 4.2

En este caso se cuentan con 10 generadores con las siguientes características:

Tabla 4.5: Características de los generadores del caso de estudio 4.2 [30].

	UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3	UNIDAD 4	UNIDAD 5
Pmáx (MW)	455	455	130	130	162
Pmín (MW)	150	150	20	20	25
a(\$/MW ² h)	0.00048	0.00031	0.002	0.00211	0.00398
b(\$/MWh)	16.19	17.26	16.60	16.50	19.70
c(\$/h)	1000	970	700	680	450

	UNIDAD 6	UNIDAD 7	UNIDAD 8	UNIDAD 9	UNIDAD 10
P _{máx} (MW)	80	85	55	55	55
P _{mín} (MW)	20	25	10	10	10
a(\$/MW ² h)	0.00712	0.0079	0.00413	0.00222	0.00173
b(\$/MWh)	22.26	27.74	25.92	27.27	27.79
c(\$/h)	370	480	660	665	670

Tabla 4.6: Características de las requisiciones de carga del caso de estudio 4.2 [30].

HORA	Pcarga (MW)						
1	700	7	1150	13	1400	19	1200
2	750	8	1200	14	1300	20	1400
3	850	9	1300	15	1200	21	1300
4	950	10	1400	16	1050	22	1100
5	1000	11	1450	17	1000	23	900
6	1100	12	1500	18	1100	24	800

observando el comportamiento del algoritmo en la figura 4.4:

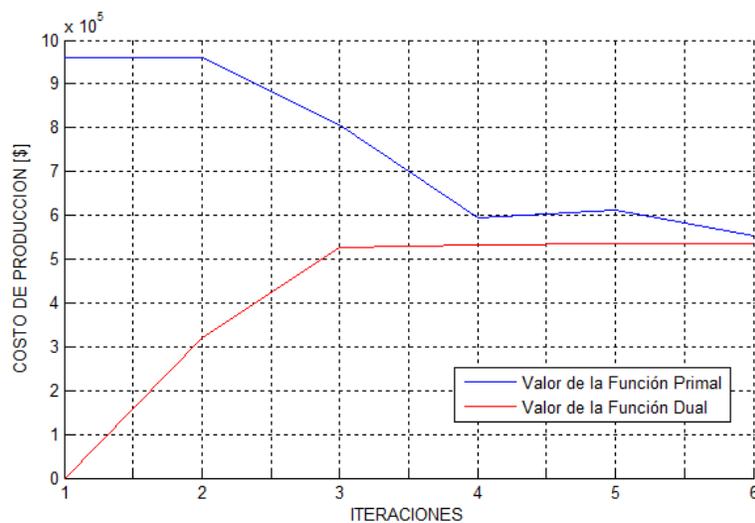


Figura 4.4: Comportamiento del algoritmo a lo largo del estudio para el caso 4.2.

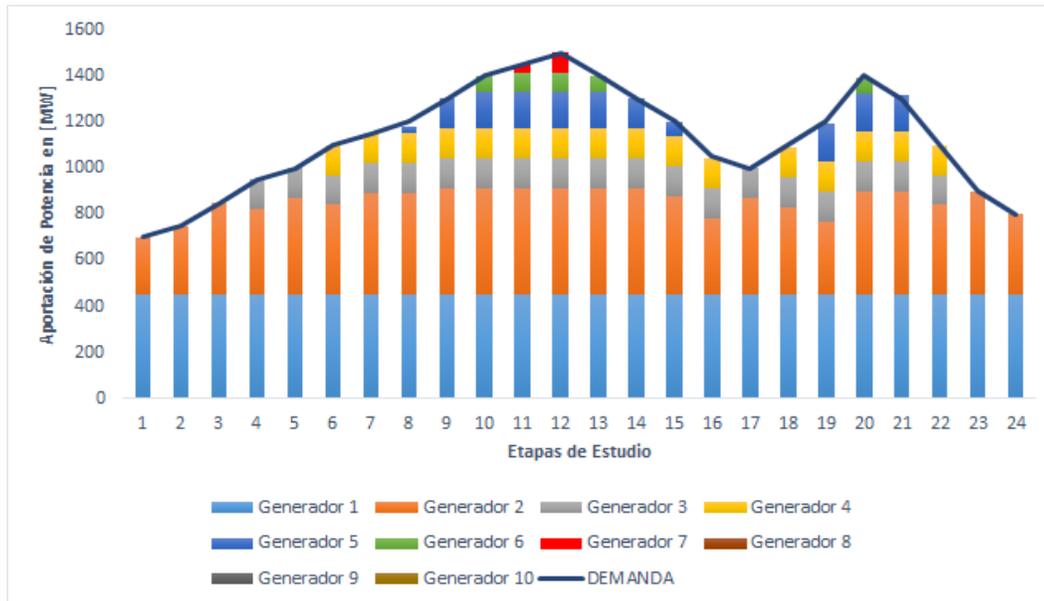


Figura 4.5: Esquema de la asignación de generación para el caso de estudio 4.2.

En la gráfica 4.9 se puede observar que el algoritmo es selectivo, pues orienta a los generadores más baratos a entrar a la operación y a los más caros a cubrir las demandas pico, y en el caso de los últimos generadores no los incluye dentro del esquema de operación a menos que la demanda sea lo suficientemente alta.

El costo de producción total para cubrir la demanda del caso de estudio 4.2 durante 24 horas es el siguiente:

$$\text{Costo total en [30]} = 566760.00[\$]$$

$$\text{Costo total con AURL.f90} = 546599.10[\$]$$

4.4. Asignación de Modos de Operación para Centrales de Ciclo Combinado

En este programa realiza la asignación del modo de operación óptimo de un conjunto de ellos que componen a una central de ciclo combinado. Y la búsqueda de la solución se lleva a cabo a partir de dos planteamientos básicos.

4.4.1. Caso de estudio 4.3

En este planteamiento se establece que la central de ciclo combinado cuenta con más de un modo de operación, y cada uno de ellos está representado a través de una curva costos que se expresa a través de un polinomio cuadrático. El objetivo de este algoritmo es determinar que modo de operación aporta los mayores beneficios para la minimización de los costos de producción dado un requisito de carga en determinada etapa, operando con plantas térmicas convencionales.

En este caso se toman en cuenta los datos correspondientes a las unidades 1 y 3 del caso de estudio 4.1, y se asume que una central de ciclo combinado con las características establecidas en la tabla 4.9, entra a operar en lugar de la unidad 2.

Dadas las siguientes configuraciones:

Tabla 4.9: Composición de las configuraciones de una central de Ciclo Combinado del caso de estudio 4.3.

Número de configuración 1	Compuesta de 2	Máxima Potencia
1	1 TC	140
2	2 TC	230
3	1 TC + 1 TV	250
4	2 TC + 1 TV	400

Tabla 4.10: Demanda por etapa del caso de estudio 4.3.

HORA	Pcarga (MW)						
1	100	7	475	13	720	19	910
2	130	8	755	14	530	20	1100
3	170	9	680	15	455	21	1025
4	190	10	770	16	720	22	780
5	210	11	780	17	850	23	665
6	340	12	800	18	950	24	190

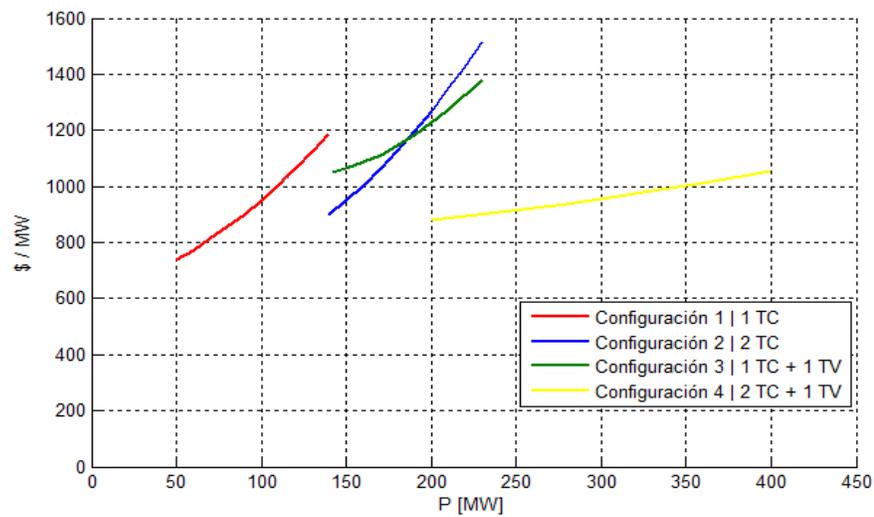


Figura 4.6: Curvas de las configuraciones para una central de Ciclo Combinado para el caso de estudio 4.3.

Llevando a cabo la ejecución del programa con los datos anteriores se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.11: Resultados de la asignación de unidades y modos del caso de estudio 4.3 obtenidos con el programa AUCC.f90.

HORA	UNIDAD					
	1	2				3
		1	2	3	4	
1	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	1	1
10	1	0	0	0	1	1
11	1	0	0	0	1	1
12	1	0	0	0	1	1
13	1	0	0	0	1	1
14	0	0	0	0	1	1
15	0	0	0	0	1	0
16	1	0	0	0	1	1
17	1	0	0	0	1	1
18	0	0	0	0	1	1
19	1	0	0	0	1	1
20	1	0	0	0	1	1
21	1	0	0	0	1	1
22	1	0	0	0	1	1
23	0	0	0	0	1	1
24	0	0	0	1	0	1

Tabla 4.12: Resultados de potencias despachadas por unidades y modos del caso de estudio 4.3 obtenidos con el programa AUCC.f90.

HORA	UNIDAD					
	1	2				3
		1	2	3	4	
1	0	100	0	0	0	0
2	0	130	0	0	0	0
3	0	0	0	170	0	0
4	0	0	0	190	0	0
5	0	0	0	210	0	0
6	0	0	0	0	340	0
7	0	0	0	0	400	75
8	200	0	0	0	400	195
9	100	0	0	0	400	180
10	170	0	0	0	400	200
11	180	0	0	0	400	200
12	200	0	0	0	400	200
13	120	0	0	0	400	200
14	0	0	0	0	400	130
15	0	0	0	0	400	55
16	120	0	0	0	400	200
17	250	0	0	0	400	200
18	350	0	0	0	400	200
19	310	0	0	0	400	200
20	500	0	0	0	400	200
21	425	0	0	0	400	200
22	180	0	0	0	400	200
23	100	0	0	0	400	155
24	0	0	0	190	0	0

El costo de producción total para cubrir la demanda del caso de estudio 4.3 durante 24 horas es el siguiente:

$$\text{Costo total de Producción} = 119682.60[\$]$$

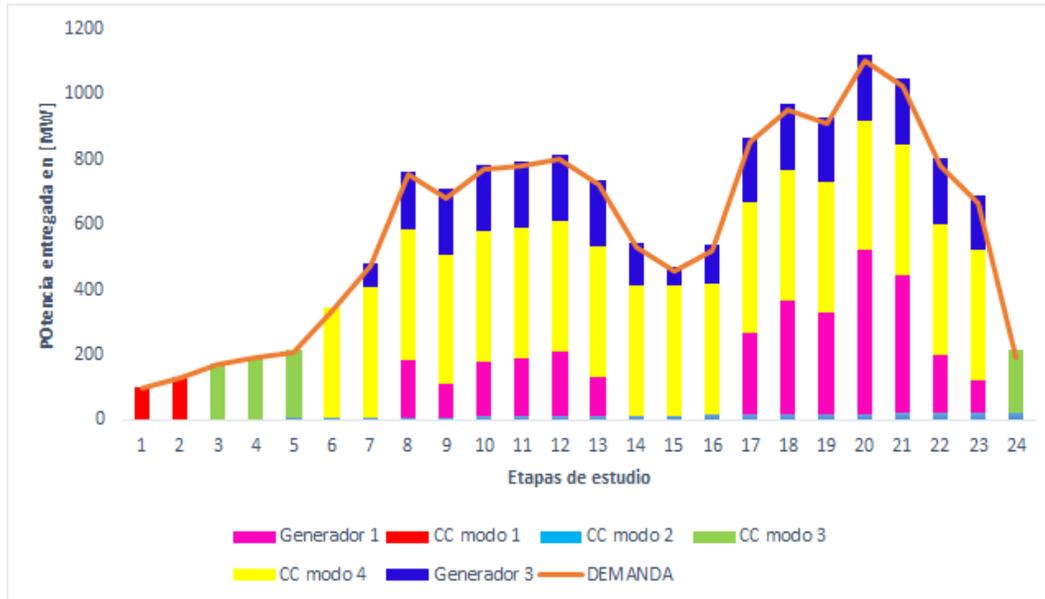


Figura 4.7: Esquema de la asignación de la generación así como de las configuraciones óptimas de la para el caso de estudio 4.3.

En este esquema se puede observar que ambos generadores presentan aportación de generación, sin embargo, la central de ciclo combinado siempre está en operación más no con la misma configuración, aunque en su mayoría asigna la configuración 4 para etapas de demanda alta.

4.4.2. Caso de estudio 4.4

En este caso de estudio se toman los datos del caso anterior, sin embargo los modos de operación de la central de ciclo combinado se consideran en una sola curva, como se observa en la figura 4.8, a través de las muestras costo del combustible contra potencia generada, y con esto la central se considera como unidad térmica convencional y se procede a la asignación de unidades.

Por lo tanto los datos a emplear quedan de la siguiente manera:

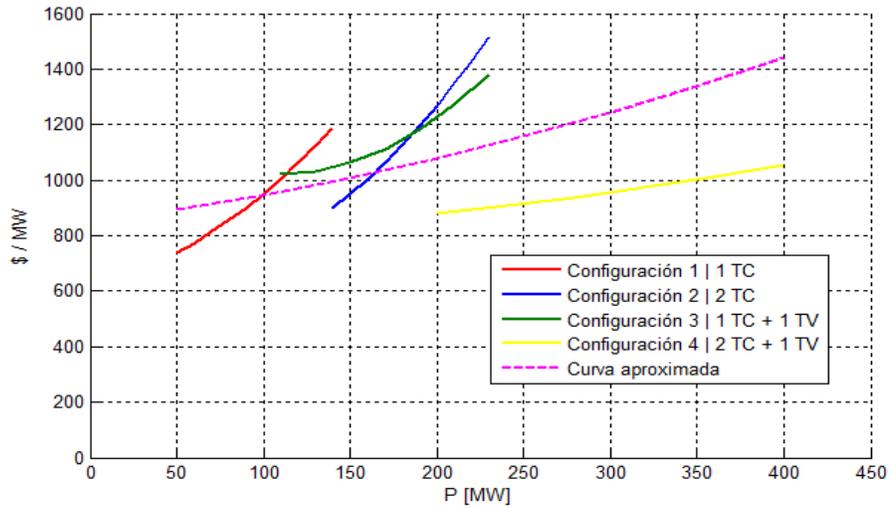


Figura 4.8: Curva aproximada de las configuraciones para una central de Ciclo Combinado para el caso de estudio 4.4.

Tabla 4.13: Características de los generadores del caso de estudio 4.4

	UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3
Pmáx (MW)	600	400	200
Pmín (MW)	100	50	50
a(\$/MW ² h)	0.002	0.00117	0.005
b(\$/MWh)	10	0.7976	6
c(\$/h)	500	851.79	100

Tabla 4.14: Resultados de la asignación de unidades y modos del caso de estudio 4.4 con la curva aproximada obtenidos con el programa AUCC.f90.

HORA	UNIDAD					
	1	2				3
		1	2	3	4	
1	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	1	0
10	1	0	0	0	1	0
11	1	0	0	0	1	0
12	1	0	0	0	1	0
13	1	0	0	0	1	0
14	0	0	0	0	1	1
15	0	0	0	0	1	1
16	1	0	0	0	1	0
17	1	0	0	0	1	0
18	1	0	0	0	1	0
19	1	0	0	0	1	0
20	1	0	0	0	1	1
21	1	0	0	0	1	1
22	1	0	0	0	1	0
23	1	0	0	0	1	0
24	0	0	0	1	0	0

Tabla 4.15: Resultados de potencias despachadas por unidades y modos con la curva aproximada del caso de estudio 4.4 obtenidos con el programa AUCC.f90.

HORA	UNIDAD					
	1	2				3
		1	2	3	4	
1	0	100	0	0	0	0
2	0	130	0	0	0	0
3	0	0	0	170	0	0
4	0	0	0	190	0	0
5	0	0	0	0	210	0
6	0	0	0	0	340	0
7	0	0	0	0	400	75
8	155	0	0	0	400	200
9	280	0	0	0	400	0
10	370	0	0	0	400	0
11	380	0	0	0	400	0
12	400	0	0	0	400	0
13	320	0	0	0	400	0
14	0	0	0	0	400	130
15	0	0	0	0	400	55
16	320	0	0	0	400	0
17	450	0	0	0	400	0
18	550	0	0	0	400	0
19	510	0	0	0	400	0
20	500	0	0	0	400	200
21	425	0	0	0	400	200
22	380	0	0	0	400	0
23	0	0	0	0	400	135
24	0	0	0	190	0	0

El costo de producción total para cubrir la demanda del caso de estudio 4.3 durante 24 horas es el siguiente:

$$\text{Costo total de Producción} = 126561.50[\$]$$

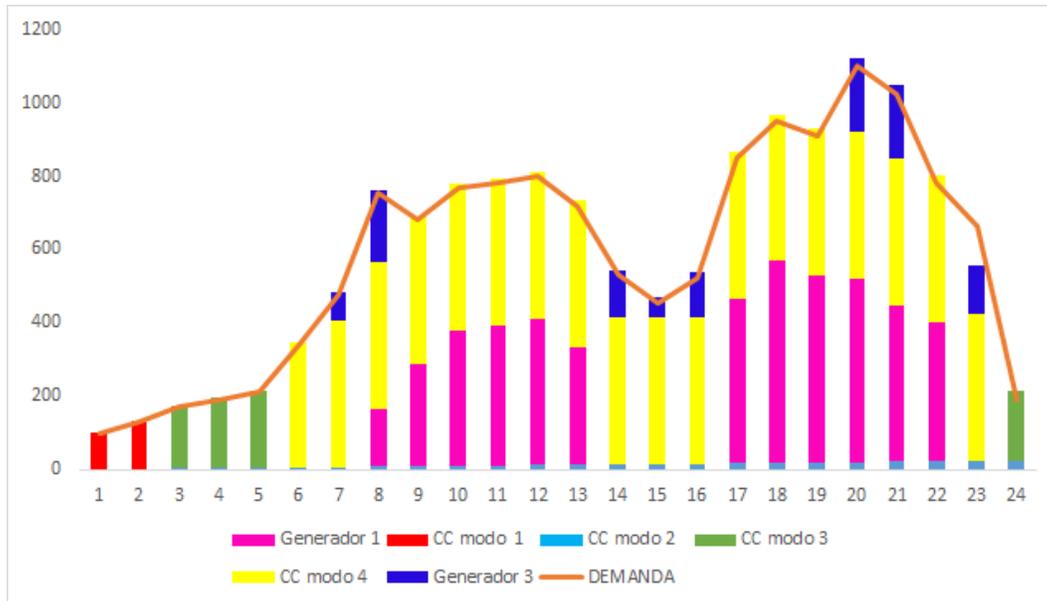


Figura 4.9: Distribución de la asignación de la generación así como de las configuraciones óptimas de la para el caso de estudio 4.4.

En este esquema se puede notar que ambos generadores presentan aportación de generación aunque difieren con el caso 4.3, sin embargo, se repite el patrón de asignación para las configuraciones de la central de ciclo combinado pues entra predominantemente a la operación con su configuración 4 en combinación con el generador 3 para las etapas con alta demanda.

Capítulo 5

Conclusiones del Trabajo

5.1. Conclusiones

En este trabajo se presenta el modelaje y la implementación para llevar a cabo la asignación de un esquema óptimo de generación a corto plazo con plantas térmicas convencionales y centrales de ciclo combinado haciendo uso de la programación dual y la programación entera mixta a través de la técnica de relajación Lagrangiana, en donde dichos modelos matemáticos para la solución se implementaron en FORTRAN POWERSTATION debido a su capacidad de manipulación de datos, asignación dinámica de memoria y el extenso contenido de sus bibliotecas.

Debido a la operación del sistema eléctrico, el problema de asignación de unidades térmicas se torna complejo, es por esto que en este trabajo se tomó la decisión de omitir en los casos del problema de asignación de unidades térmicas convencionales la restricción de incremento y decremento de potencia por etapa, y en el caso de las centrales de ciclo combinado se omitieron las limitaciones de transición de configuraciones, que no afectarían de forma significativa los resultados obtenidos, sin embargo, sí se consideraron el conjunto de características necesarias para el modelo de optimización que permitiera obtener buenos resultados.

Con el desarrollo de los casos de estudio que se presentaron en esta tesis se puede observar con claridad que para la toma de decisiones con respecto a la puesta en marcha y desconexión de las unidades, así como del cambio de configuración de los equipos que conforman las centrales de ciclo combinado, estos se encuentran íntimamente ligados al

costo de su operación representados por de la curva de entrada/salida correspondiente al generador, pues representa el aprovechamiento calorífico de la unidad, así como también las limitaciones físicas de cada generador. Es por ello que en los mercados eléctricos para que una unidad sea incluida en el programa de generación está deberá de ofrecer precios competitivos adecuados a las requisitos del mercado que se verán acotadas por sus límites de producción, en otras palabras, cuanta energía puede aportar una central y cual es la energía mínima que está dispuesta a vender, y aunado a esto se complica el problema, cuando las limitaciones en la red se incluyen (despacho económico restringido), sin embargo en este trabajo se considera como una primera etapa de simulación y éstas no son incluidas.

En los resultados también se observa que es viable la implementación de la programación dual al problema lineal a través de la técnica de relajación Lagrangiana, ya que en el caso de las plantas térmicas convencionales presenta buenos resultados pues asigna las unidades en orden ascendente, es decir, de la más barata a la más cara dependiendo de las requisiciones de carga presentes en el predespacho, y en el caso de las centrales de ciclo combinado en la mayoría de las etapas de estudio asigna las configuraciones o modos de operación donde se encuentran conectados la mayor parte de sus equipos de generación debido a su alta eficiencia energética en la conversión de la energía.

5.2. Aportaciones

La implementación de una herramienta de asignación de unidades térmicas convencionales a base del modelo clásico de predespacho a través de programación lineal, programación dual y programación entera mixta.

Además se puede agregar que se desarrollaron e implementaron técnicas para la obtención de las configuraciones de centrales de ciclos combinados que son primordiales para una oferta competitiva de precios en el mercado, ya que aún no han sido desarrolladas en programas comerciales y que presentaron buenos resultados en la simulación.

La primera de ellas basa su procedimiento en la búsqueda del modo óptimo de operación a través de la comparación de cada una de las curvas que describen el comportamiento del aprovechamiento calorífico por cada una de las configuraciones existentes en la central, asignando tanto la curva de operación óptima así como sus límites operativos para entrar al despacho.

La segunda busca la solución considerando todas las curvas que describen la operación de la central a través de una curva aproximada a partir del método de interpolación de mínimos cuadrados, que permite la manipulación de la central de ciclo combinado como una unidad térmica convencional y la selección del modo de operación se lleva a cabo basándose en la solución del despacho económico.

La implementación de estas herramientas de simulación se llevó a cabo en el programa FORTRAN POWERSTATION, debido a la versatilidad del programa en la manipulación de datos para conformar diferentes escenarios, además de que se tiene acceso total a la estructura de programación para agregar restricciones adicionales deseables para diferentes problemáticas en el entorno de regulación que se requiera.

5.3. Trabajos Futuros

Debido a la complejidad del problema de asignación de unidades térmicas convencionales y más aún del problema de asignación de los modos de operación de las centrales de ciclos combinados en este trabajo se omitieron algunas restricciones que no restan confiabilidad a los resultados, sin embargo, si estos son agregados al modelo se obtendría una solución más completa de los mismos.

Así que para trabajos futuros se puede proponer la implementación de nuevas restricciones como lo son las rampas de incremento y decremento de generación para la asignación de unidades térmicas convencionales y ciclos combinados y las limitantes en la transición de modos para únicamente las centrales CC que cumplan con el objetivo del problema para diferentes escenarios de simulación en diferentes entornos de regulación, como algunos modelos de subasta.

También se puede proponer la integración de una herramienta de despacho económico restringido que represente las limitantes en el sistema, en conjunto con otra herramienta de optimización que considere las congestiones presentes para cada etapa y de esta forma sea posible fijar un escenario distinto de predespacho, para que el operador sea capaz de redirigir los flujos de potencia bajo distintos escenarios presentes en el sistema.

Bibliografía

- [1] G. KNEZEVIC, K. FEKETE 1, S. NIKOLOVSKI, *Applying Agent-based Modeling to Electricity Market Simulation*, Faculty of Electrical Engineering, Opatija, Croatia, Mayo 2010.
- [2] I. PRAQA, C. RAMOS AND Z. A. VALE, *Competitive Electricity Markets: Simulation to improve Decision Making*, IEEE Porto Power Tech Conference, septiembre 2001.
- [3] *Prospectiva del Sector Eléctrico 2015-2029*, Secretaría de Energía, México, 2015.
- [4] *Ley de la Industria Eléctrica*, Secretaría de Energía, México, 2014.
- [5] *Transformación del Sector Eléctrico Mexicano* PricewaterhouseCoopers, México, 2014
- [6] *Ley del Servicio Público de la Energía Eléctrica*, Secretaría de Energía, México, 2014.
- [7] *Bases del Mercado Eléctrico*, Secretaría de Energía, México, 2015.
- [8] *Reglamento de la Ley de la Comisión Federal de Electricidad*, Secretaría de Energía, México, 2013.
- [9] D.S.KIRSCHEN, G. STRBAC, *Fundamentals of Power System Economics*, third edition, John Wiley and Sons, Ltd, University of Manchester Institute of Science and Technology, UK,2004. ISBN 0-470-84572-4
- [10] D.R. BIGGAR, M.R. HESAMZADEH, *The Economist of Electricity Markets*, first edition, John Wiley and Sons, Ltd, United Kingdom, 2014. ISBN 978-1-118-77575-2
- [11] S. HUNT, *Making Competition Work in Electricity*, John Wiley and Sons, Inc, New York, 2002.
- [12] S. STOFT, *Power System Economics: Designing Markets for Electricity*, IEEE Press and Wiley Interscience, febrero 2002. ISBN 0-471-15040-1

-
- [13] D.G. LUENBERGER, Y. YE, *Linear and Nonlinear Programming*, third edition, Springer, Science Business Media, LLC, Spring Street, New York, 2008. ISBN 978-0-387-74502-2
- [14] N.S. RAU, *OPTIMIZATION PRINCIPLES: Practical Applications to the Operation and Markets of the Electric Power Industry*, IEEE Press, Power Engineering Series, New Jersey, 2003.
- [15] H. A. TAHA, *Investigación de Operaciones*, quinta edición, Alfaomega Grupo Editor S.A. de C.V., Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Arkansas, EUA, 1995.
- [16] N. ANDRÉASSON, A. EVGRAFOV, M. PATRIKSSON, *An Introduction to Continuous Optimization*, Student Literature, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia, mayo de 2005.
- [17] W. KARUSH, *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints*, M.Sc. Dissertation. Dept. of Mathematics, Univ. of Chicago, Chicago, Illinois, 1939.
- [18] H.W. KUHN, A.W. TUCKER, *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium, Nonlinear programming*, University of California Press, Berkeley, 1951.
- [19] D. LI, X. SUN, *Nonlinear Integer Programming*, Springer's International Series, Series Editor, Stanford University, 2006.
- [20] A. J. WOOD, B. F. WOLLENBERG, G.B. SHEBLÉ, *Power Generation, Operation and Control*, third edition, John Wiley and Sons, Ltd, Canada, 2014.
- [21] J. ARRILLAGA, N.R. WATSON, *Computer Modelling of Electrical Power Systems*, second edition, John Wiley and Sons, Ltd, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2001.
- [22] F. VAZQUEZ RAMÍREZ, *Asignación de Unidades Generadoras a Corto Plazo en el Mercado Eléctrico Usando Programación Lineal*, Tesis de Maestría, IPN-ESIME-SEPI, México, 2006
- [23] O. ZÁRATE MEJÍA, *Planeación de la Operación a Mediano Plazo de un Sistema Hidro-térmico mediante Programación Lineal*, Tesis de Maestría, IPN-ESIME-SEPI, México, 2006

-
- [24] R.H. KERR, J.L. SHEIDF, A.J. FONTANA AND J.K. WILEY, *Unit Commitment*, IEEE Trans, Vol. PAS-85, pp. 417-421, 1996
- [25] G.B. SHEBLÉ, G.N. FAHD, *Unit Commitment Literature Synopsis*,
- [26] G.B. SHEBLÉ, *Solution of the Unit Commitment Problem by the Method of Unit Periods*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 1, pp. 257-260, 1990
- [27] J. CASTRO, *Una Introducción del Método del Escalado Afín para Programación Lineal*, Statics and Operations Research Dept., febrero 2000
- [28] H.G. STOLL, *Least-Cost Electric Utility Planning*, John Wiley and Sons Ltd 1989-08-09, New York 1989
- [29] C.P. CHENG, C.W. LIU AND C.C LIU, *Unit Commitment by Lagrange Relaxation and Genetic Algorithms*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, N° 2, pp. 707-714, mayo 2000
- [30] M.R. VINOD, C. SAURABH, *Analisis of Unit Commitment Problem Through Lagrange Relaxation and Priority Listing Method*, IEEE Transactions on Power Apparatus Systems, 2011.
- [31] F. J BARD, *Short-Therm Scheduling of Thermal-Electric Generators Using Lagrangian Relaxation*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 36 No. 5 pp. 756-766, septiembre 1988.
- [32] F. ZHUANG AND F. D. GALIANA, *Toward a more Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, pp. 763-772, 1988.
- [33] J. ÁLVAREZ LÓPEZ, R. NIEVA GÓMEZ AND I. GUILLÉN MOYA, *Commitment of Combined Cycle Plants Using a Dual Optimization-Dynamic Programming Approach*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 26, No. 2, pp. 728-737, mayo 2011.
- [34] M. TAMAYO, X. YU AND X. WANG, *Configuration Based Combined Cycle Plants Models in Market Resource*, IEEE Transactions on Power Apparatus Systems, 2013.
- [35] M.R. BJELOGRLIC, *Inclusion of Combined Cycle Plants into Optimal Resource Scheduling*, IEEE Transactions on Power Apparatus Systems, 2000.
- [36] B. LU AND M. SHAHIDEHPOUR, *Short-therm Scheduling of Combined Cycle Units*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 3, pp. 1616-1625, agosto 2004

-
- [37] J. CALDERON ROJAS, M. BADAoui, R.O. MOTA PALOMINO, *Análisis de los Factores de la Solución del Problema de Asignación de Unidades a través de la Técnica de Relajación Lagrangiana*, 8° Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, octubre 2016

Apéndice A

Una Introducción a la Optimización Dual

El modelo dual de un problema de programación lineal se describe como el modelado matemático simultáneo al problema original o también llamado problema primal, en donde se pueden interpretar y manipular los datos del problema original para obtener una solución, es decir, es suficiente con resolver uno de ellos, para poder obtener la solución óptima y valor óptimo del problema equivalente, primal o dual según sea el caso.

Todo problema primal tiene asociado con él otro problema dual, entonces los dos en conjunto se denominan problemas duales ya que ambos están formados por el mismo conjunto de datos, por lo que la solución básica factible óptima de estos problemas es tal que una de ellas, puede ser usada para la solución del otro problema.

La dimensión del problema de programación lineal está directamente relacionada con el cálculo del problema primal o del dual, es decir, si el primal tiene más ecuaciones que variables, es más sencillo obtener la solución del dual ya que se traduce a un costo de cálculo más bajo. Además si el primal tiene solución, el dual también la tiene. Una vez que el problema dual es formulado, el procedimiento de solución es exactamente el mismo que para cualquier problema de programación lineal.

Los problemas duales simétricos son los que se obtienen de un problema primal en forma canónica y normalizada, es decir, cuando llevan asociadas desigualdades de la forma mayor o igual en los problemas de minimización, y desigualdades menor o igual para los

problemas de maximización. Es decir, si el problema original es de la siguiente forma:

La notación matemática es descrita de la manera siguiente, para:

Primal \longrightarrow Contiene m ecuaciones y n variables

Dual \longrightarrow Contiene n ecuaciones y m variables

Para el problema primal se tiene:

$$\begin{aligned} \text{máximizarse } Z &= cx \\ \text{sujeto a:} & \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

mientras que para el problema dual:

$$\begin{aligned} \text{mínimizarse } Z &= b^T w \\ \text{sujeto a:} & \\ & A^T w \leq c^T \\ & w \geq 0 \end{aligned}$$

Puesto que un problema está directamente ligado con el otro existen características que los relacionan, y se presentan a continuación:

- Si el primal es un problema de Maximización, el dual es un problema de Minimización y viceversa.
- Los coeficientes de la función objetivo del primal se convierten en las constantes de las ecuaciones que describen las restricciones del dual, y el problema dual tiene tantas variables como restricciones tiene el problema primal.
- Las restricciones de las ecuaciones del primal se convierten en los coeficientes de la función objetivo del dual, y el problema dual tiene tantas restricciones como variables tiene el problema primal.
- Los coeficientes de las variables del dual en las ecuaciones restrictivas son obtenidas sacando la transpuesta de la matriz de coeficientes del primal (los arreglos de los coeficientes en las columnas del primo se convierten en los coeficientes de las filas en el dual y viceversa.
- Los signos de la desigualdad son invertidos.
- El problema dual de un problema dual es el programa primal original.

- Las variables x_n del problema primal son remplazadas por w_n variables en el dual.

Las dichas relaciones de dualidad se pueden resumir en la siguiente tabla:

Problema de Minimización	Problema de Maximización
Variables	Restricciones
\geq	\leq
\leq	\geq
$><$	$=$
Restricciones	Variables
\leq	\geq
\geq	\leq
$=$	$><$

Interpretación Económica de las Variables Duales

El significado de las variables duales es el mismo que en el caso de los multiplicadores de Lagrange, es decir miden la sensibilidad de la función objetivo respecto a cambios (infinitesimales) de los términos independientes de cada restricción.

$$\begin{aligned} \text{Máximizarse } F &= c^T x \\ \text{sujeito a:} & \\ & Ax \leq c^T \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ y $A \in M(n, m)$. Si x^* es una solución factible y óptima al problema anterior, esto es:

$$\begin{aligned} x^* &= B^{-1}b \geq 0; \quad b \geq 0 \\ Ax^* &= b \end{aligned}$$

y que para una variación del vector de términos independientes b , cuando este vector pasa a ser $(b + \Delta b)$, siendo $(b + \Delta b) \geq 0$, y que esta variación deje inalterada las variables básicas de la solución, es decir que se cumpla que:

$$\begin{aligned} x^* &= B^{-1}(b + \Delta b) \geq 0; \quad (b + \Delta b) \geq 0 \\ Ax^* &= (b + \Delta b) \end{aligned}$$

Bajo estas condiciones la derivada de la función de Lagrange:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = cx + \lambda(b - Ax)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x, \lambda)}{\partial b} = \lambda$$

este valor de λ nos indica en cuanto varia la función objetivo ante una variación infinitesimal de b , y que mantenga la factibilidad de la solución.

Apéndice B

Descripción y Datos de Archivos de Entrada

*****DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO DE ENTRADA DEL PROGRAMA AURL*****

DE UNIDADES DE GENERACIÓN

DE ETAPAS DE ESTUDIO

****CAPTURA DE CURVAS DE COSTOS****

CURVA DE ENTRADA/SALIDA 1

CURVA DE ENTRADA/SALIDA 2

⋮

CURVA DE ENTRADA/SALIDA n

****LÍMITES DE OPERACIÓN****

Potencia mín 1 Potencia máx 1

Potencia mín 2 Potencia máx 2

⋮

Potencia mín n Potencia máx n

CARGA DEMANDADA POR ETAPA

DEMANDA ETAPA 1

DEMANDA ETAPA 2

DEMANDA ETAPA 3

⋮

DEMANDA ETAPA N_ETAPAS

*****CASO DE ESTUDIO 4.1*****

3

4

0.002 10 500

0.0025 8 300

0.005 6 100

100 600

100 400

50 200

170

520

1100

330

*****CASO DE ESTUDIO 4.2*****

10

24

0.00048 16.19 1000

0.00031 17.26 970

0.00200 16.60 700

0.00211 16.50 680

0.00398 19.70 450

0.00712 22.26 370

0.00790 27.74 480

0.00413 25.92 660

0.00222 27.27 665

0.00173 27.79 670

150 455

150 455

20 130

20 130

25 162

20 80

25 85
10 55
10 55
10 55

700
750
850
950
1000
1100
1150
1200
1300
1400
1450
1500
1400
1300
1200
1050
1000
1100
1200
1400
1325
1100
900
800

*****DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO DE ENTRADA DEL PROGRAMA AUCC*****

DE UNIDADES DE GENERACIÓN

DE ETAPAS DE ESTUDIO

**TIPO DE CENTRAL 1 = UNIDAD TERMICA CONVENCIONAL, 2 = CENTRAL DE
CICLO COMBINADO**

DE MODOS DE OPERACIÓN POR CENTRAL DE CC

****CAPTURA DE CURVAS DE COSTOS****

CURVA DE ENTRADA/SALIDA 1

CURVA DE ENTRADA/SALIDA 2

1

0.002 10 500

0.0011 0.2166 791.23

0.0239 -1.9883 710.08

0.0243 -5.2899 1310.3

0.00188 1.43 620.19

0.005 6 100

100 600

200 400

110 230

140 230

50 140

50 200

170

520

1100

330

*****CASO DE ESTUDIO 4.4*****

3

4

0.002 10 500

0.00117 0.7976 851.79

0.005 6 100

1

2

1

1

1

1

100 600

50 400

50 200

170

520

1100

330

Apéndice C

Programa AURL.f90

```
PROGRAM AURL
```

```
USE MSIMSL  
IMPLICIT NONE
```

```
PRINT *, '*****'  
PRINT *, '          * * * INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL * * *'  
PRINT *, '      * * * ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA * * *'  
PRINT *, '      * * * SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION * * *'  
PRINT *, '      * * * MAESTRIA EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA * * *'  
PRINT *, '  
PRINT *, '>>PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA EL CALCULO DE ASIGNACION DE UNIDADES '  
PRINT *, '          POR EL METODO DE RELAJACION DE LAGRANGE<<'  
PRINT *, '  
PRINT *, '  
PRINT *, '          JESUS CALDERON ROJAS'  
PRINT *, '*****'
```

```
CALL RECDAT  
CALL AUTRL
```

```
END PROGRAM AURL
```

Apéndice D

Subrutina RECDAT.f90 y Módulos de Datos

```
MODULE mData01
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
INTEGER :: n_gen, n_etapas, V
```

```
REAL, ALLOCATABLE :: cte(:, :)
```

```
REAL, ALLOCATABLE :: pmin(:), pmax(:), demanda(:)
```

```
END MODULE
```

```
MODULE mData02
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
REAL, ALLOCATABLE :: P(:), lambda(:), b(:)
```

```
REAL, ALLOCATABLE :: A(:, :)
```

```
INTEGER, ALLOCATABLE :: U(:, :)
```

```
END MODULE mData02
```

```
SUBROUTINE RECDAT
```

```
USE mData01
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
INTEGER :: i, j
```

```
!CHARACTER (LEN=30) :: ADATOS
```

```
!*****
```

```
!LEER LOS DATOS DESDE UN ARCHIVO
```

```
!PRINT *, 'DAME EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS'
```

```
!READ (*, *) ADATOS
```

```
!OPEN(UNIT=1, FILE=ADATOS)
```

```
!*****
```

```

OPEN(UNIT=1,FILE='AUG10_gen_2case.dat')
OPEN(UNIT=2,FILE='res_lag.res')
OPEN(UNIT=3,FILE='res_q.res')
OPEN(UNIT=4,FILE='res_jp.res')
READ(1,*) n_gen, n_etapas
ALLOCATE(cte(3,n_gen))
ALLOCATE(pmin(n_gen),pmax(n_gen))
ALLOCATE(demanda(n_etapas))
!*****
!SENTENCIA PARA LEER EL ARREGLO DE COEFICIENTES DE LAS FUNCIONES DE CADA
GENERADOR, Y LOS ORDENA EN FORMA MATRICIAL
!*****
READ(1,*) ((cte(i,j),i=1,3),j=1,n_gen)
!*****
!SENTENCIA PARA LEER LOS LIMITES DE GENERACIÓN
!*****
DO i=1, n_gen
READ(1,*) pmin(i),pmax(i)
END DO
!*****
!SENTENCIA PARA LEER LA DEMANDA
!*****
DO i=1,n_etapas
READ(1,*) demanda(i)
END DO
!*****
!IMPRESION DE LOS DATOS CAPTURADOS
!*****
WRITE (*,1) n_gen, n_etapas
1 FORMAT (3/,5X,'Numero de generadores = ',I3,2/,5X,'Numero de etapas = ',I3,/)
PRINT *, 'LAS FUNCIONES DE LOS GENERADORES SON: '
DO i=1, n_gen
PRINT *, cte(1,i),'* x',i,'2 + ',cte(2,i), '*x',i,'+',cte(3,i)
END DO
PRINT *, ' '
PRINT *, 'LOS LIMITES DE GENERACION SON : '
DO i=1, n_gen
WRITE(*,3) i,pmin(i),i,pmax(i)
3 FORMAT(3X,'GENERADOR',I3,':',F12.4,'( MW ) <= P(',I3,') <= ',F12.4,'( MW )')
END DO
PRINT *, ' '
PRINT *, ' '
PRINT *, ' '
PRINT *, 'LA DEMANDA POR ETAPAS ES : '
DO i=1, n_etapas
WRITE(*,4) i,demanda(i)
4 FORMAT(3X,'ETAPA',I3,':',F12.4,'( MW )')
END DO
PRINT *, 'LOS RESULTADOS SE ENCUENTRAN EN EL ARCHIVO res.lag'
END SUBROUTINE RECDAT

```

Apéndice E

Subrutina AUTRL.f90

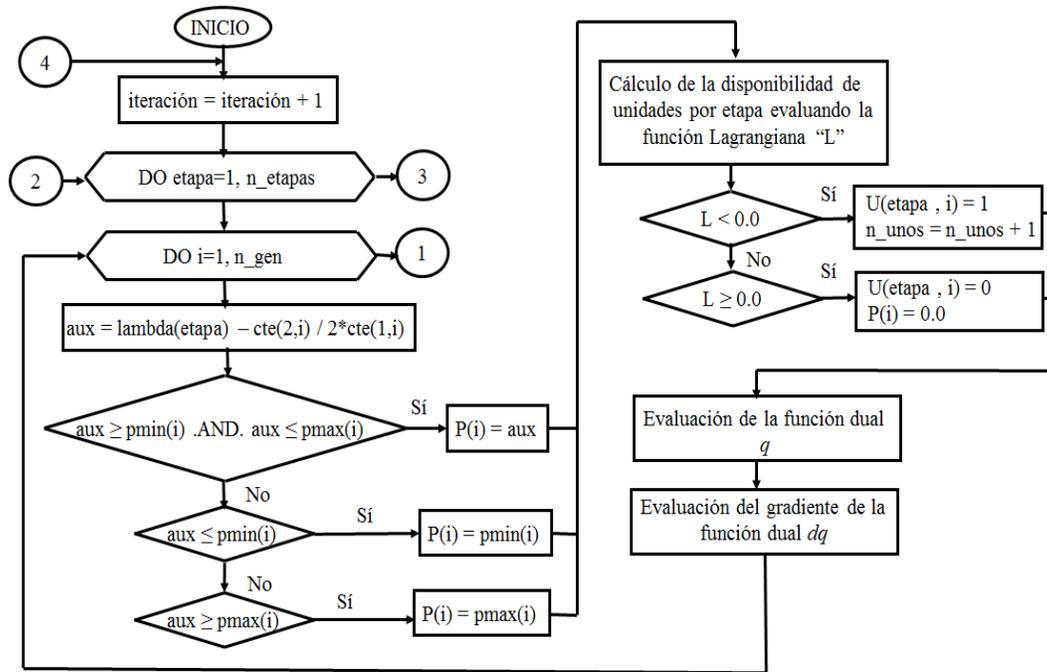


Figura E.1: Diagrama de flujo de la subrutina AUTRL.f90 (Proceso A).

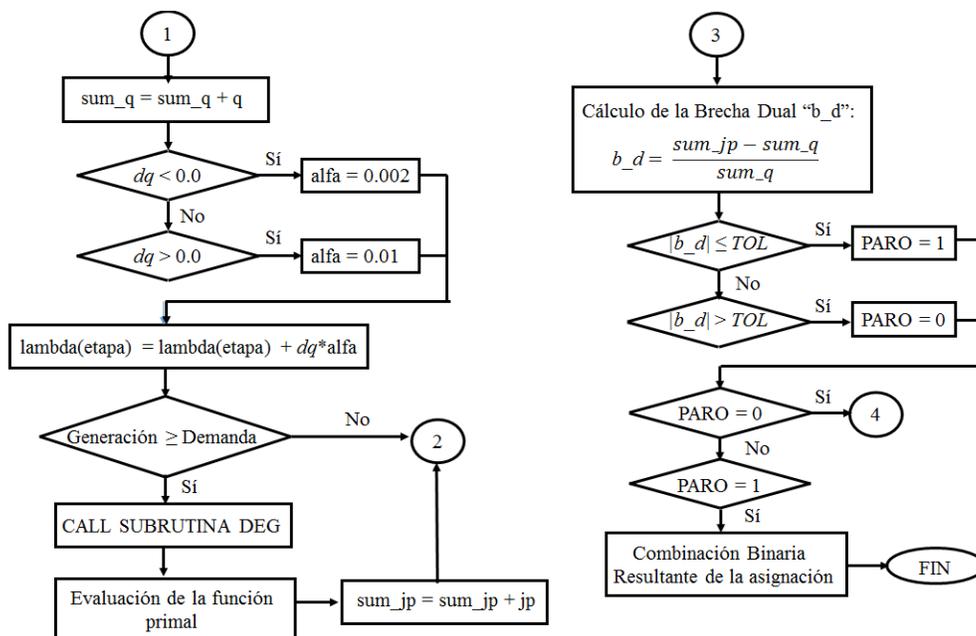


Figura E.2: Diagrama de flujo de la subrutina AUTRL.f90 (Proceso B).

SUBROUTINE AUTRL

USE MSIMSL

USE mData01

USE mData02

IMPLICIT NONE

REAL, ALLOCATABLE :: X(:)

REAL :: aux, L, dq, alfa, q, sum_q, jp, sum_jp, d_gap

INTEGER, ALLOCATABLE :: posicion(:)

INTEGER :: i, j, etapa, iteracion, n_unos, k, PARO

ALLOCATE(P(n_gen), U(n_etapas, n_gen), lambda(n_etapas))

lambda = 0.0

iteracion = 0

!*****

!COMIENZA LA BUSQUEDA DE LA SOLUCIÓN DE FORMA ITERATIVA

!*****

DO WHILE(PARO/=1)

iteracion = iteracion + 1

sum_q = 0.0

sum_jp = 0.0

U=0

WRITE(2,8) iteracion

WRITE(*,8) iteracion

```

8 FORMAT(2/, 'ITERACION =', 2X, I5)
DO etapa=1, n_etapas
  n_unos = 0
  f = 0
  c = 0
  k = 0
  dq = demanda(etapa)
  q = demanda(etapa)*lambda(etapa)
  WRITE(2,9) etapa,lambda(etapa)
  WRITE(*,9) etapa,lambda(etapa)
  9 FORMAT(/, 'Etapa', I3, 3X, 'Lambda =', 2X, F8.4)
  DO i=1, n_gen
    !*****
    !**CALCULO DE P(i)- POTENCIA DE CADA GENERADOR**
    !*****
    aux = (lambda(etapa) - cte(2,i)) / (2 * cte(1,i))
    IF (aux.GE.pmin(i).AND.aux.LE.pmax(i)) THEN
      P(i) = aux
    ELSE IF (aux.LE.pmin(i)) THEN
      P(i) = pmin(i)
    ELSE IF (aux.GE.pmax(i)) THEN
      P(i) = pmax(i)
    END IF
    !*****
    !**CALCULO DE U(i) - DISPONIBILIDAD DE UNIDADES POR ETAPA**
    !*****
    L = (cte(1,i)*(P(i))**2) + (cte(2,i)*P(i)) + cte(3,i) - lambda(etapa)*P(i)
    IF(L .LT. 0.0) THEN
      U(etapa,i) = 1
      n_unos = n_unos+1
    ELSE IF (L .GT. 0.0) THEN
      U(etapa,i) = 0
      P(i) = 0.0
    END IF
    q = q + ((cte(1,i)*(P(i))**2) + (cte(2,i)*P(i)) + cte(3,i) - lambda(etapa)*P(i))*U(etapa,i)
    dq = dq - P(i)*U(etapa,i)
    WRITE(2,10) i,P(i),i,U(etapa,i)
    10 FORMAT(/, 'P(', I5, ') = ', F12.4, 3X, 'U(', I5, ') = ', I5, 3X)
  END DO !DO de CALCULO DE P(*)'s y U(*)'s
  WRITE(2,11) dq
  11 FORMAT(/, 'P_carga - P_generacion = ', F12.4)
  !**GUARDANDO LAS POSICIONES DE LAS UNIDADES ENCENDIDAS**
  ALLOCATE(posicion(n_unos))
  IF(n_unos .GE. 1) THEN
    DO i=1, n_gen
      IF(U(etapa,i) .EQ. 1) THEN
        k = k + 1
        posicion(k) = i
      END IF
    END DO
  END IF
  sum_q = sum_q + q !SUMA DE LA VARIABLE DUAL POR ETAPA

```

```

IF(dq .LT. 0) THEN
alfa = 0.002
ELSE IF (dq .GT. 0) THEN
alfa = 0.01
END IF
lambda(etapa) = lambda(etapa) + dq * alfa
!*****
!GENERACION DE A Y b, PARA LA VARIABLE PRIMAL
!*****
ALLOCATE(A(n_unos+1,n_unos+1),b(n_unos+1),X(n_unos+1))
!*****
!COMIENZA LA SOLUCION DEL SISTEMA EN CADA ETAPA
!*****
IF(dq .LE. 0)THEN
CALL DEG
jp = demanda(etapa)*X(n_unos+1)
DO i=1, n_unos
jp = jp + ((cte(1,posicion(i))*(X(i)**2) + (cte(2,posicion(i))*X(i) + cte(3,posicion(i)) - X(n_unos+1)*X(i))
END DO
ELSE IF(dq .GT. 0)THEN
jp = 200000
END IF
DEALLOCATE(A,b,X,posicion)
sum_jp = sum_jp + jp
END DO !TERMINA EL DO ETAPAS
IF(sum_q .EQ. 0) THEN
d_gap = 200000
ELSE IF(sum_q .GT. 0)THEN
d_gap = (sum_jp - sum_q)/sum_q
WRITE(2,*) 'DUAL GAP',d_gap
END IF
IF((abs(d_gap)) .LE. 0.06 .OR. iteracion .EQ. 10)THEN
PARO = 1
ELSE IF((abs(d_gap)) .GT. 0.06)THEN
PARO = 0
END IF
END DO !TERMINA DO WHILE
WRITE(2,*) 'COMBINACION BINARIA RESULTANTE:'
DO i=1,n_etapas
DO j=1,n_gen
WRITE(2,*) U(i,j)
END DO
END DO
END SUBROUTINE AUTRL

```

Apéndice F

Subrutina DEG.f90

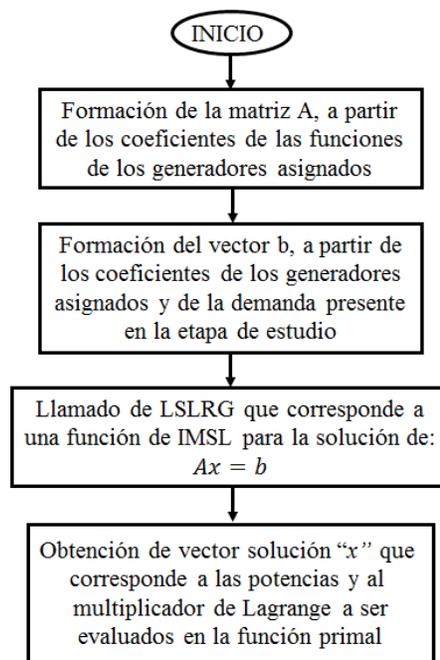


Figura F.1: Diagrama de flujo de la subrutina DEG.f90.

```
SUBROUTINE DEG
```

```
USE MSIMSL
```

```
USE mData02
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
INTEGER :: i, j, c, f
```

```
DO i=1, n_gen+1
```

```
IF((U(etapa,i) .EQ. 1) .OR. (i .EQ. n_gen+1))THEN
```

```
f=f+1
```

```
IF (f .LE. n_unos+1) THEN
```

```
b(f) = -cte(2,i)
```

```
ELSE IF(f .LE. n_unos+1) THEN
```

```
b(f) = demanda(etapa)
```

```
END IF
```

```
DO j=1, n_gen+1
```

```
IF(U(etapa,j) .EQ. 1.OR.j .EQ. n_gen+1)THEN
```

```
c=c+1
```

```
IF(c .GT. n_unos+1)THEN
```

```
c=1
```

```
END IF
```

```
IF(f .EQ. c .AND. f .LE. n_unos+1)THEN
```

```
A(f,c)= 2*cte(1,i)
```

```
ELSE IF((f .NE. c .AND. c .LE. n_unos .AND. f .LE. n_unos) .OR. (f .EQ. c .AND. f .EQ. n_unos+1))THEN
```

```
A(f,c)= 0.0
```

```
ELSE IF(f .LE. n_unos+1 .AND. c .EQ. n_unos+1)THEN
```

```
A(f,c)= -1.0
```

```
ELSE IF(f .EQ. n_unos+1 .AND. c .LE. n_unos)THEN
```

```
A(f,c)= 1.0
```

```
END IF
```

```
END IF
```

```
END DO
```

```
END IF
```

```
END DO
```

```
CALL LSLRG (n_unos+1, A, n_unos+1, b, 1, X)
```

```
END SUBROUTINE DEG
```

Apéndice G

Programa AUCC.f90

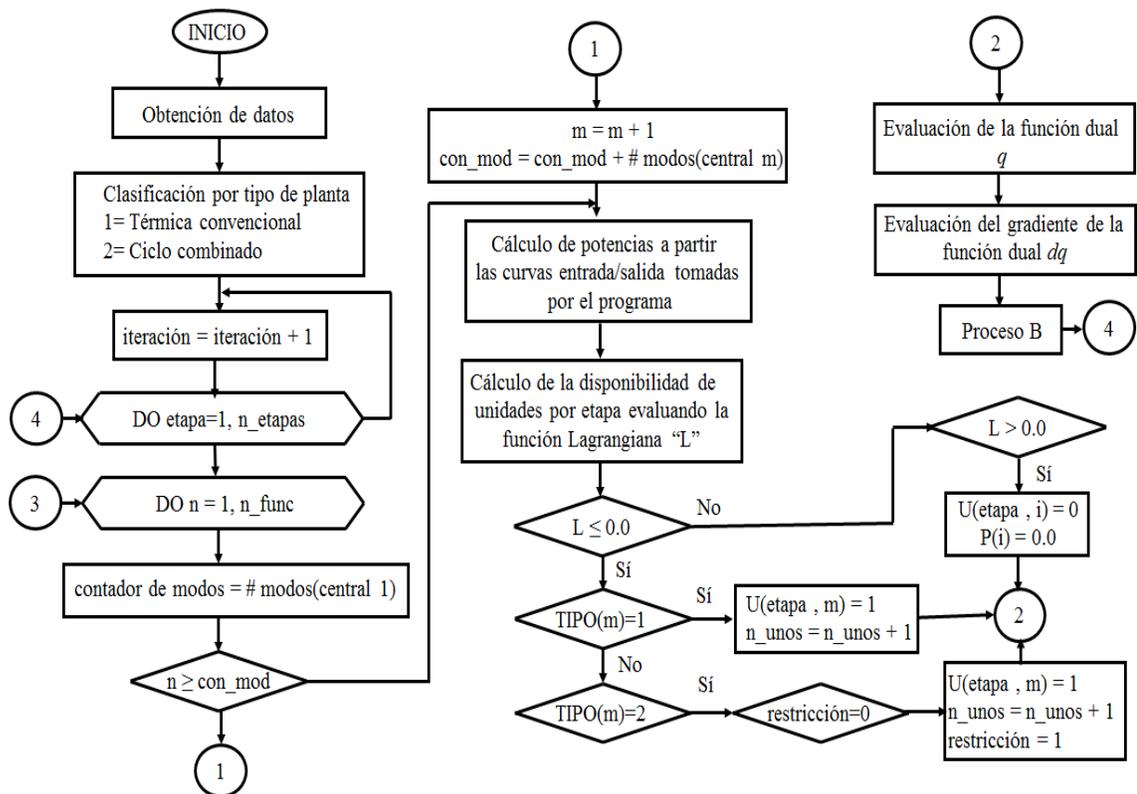


Figura G.1: Diagrama de flujo del programa AUCC.f90.

```

PROGRAM AUCC

USE MSIMSL
USE mData01
USE mData02
IMPLICIT NONE

REAL, ALLOCATABLE :: c_i(:), PD(:), pmn(:), pmx(:)
REAL :: aux, L, dq, alfa, q, sum_q, jp, sum_jp, d_gap, restriccion, lambda_min, lambda_max,
n_lambda, sum_p, c_max
INTEGER, ALLOCATABLE :: posicion(:)
INTEGER :: i, j, etapa, iteracion, n_unos, f, c, k, PARO, m, n, s_mod, pos_max
ALLOCATE(paux(n_func), P(n_gen), U(n_etapas, n_gen), lambda(n_etapas), pmn(n_gen), pmx(n_gen))
!CHARACTER (LEN=30) :: ADATOS

PRINT *, '*****'
PRINT *, '          * * * INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL * * *          '
PRINT *, '      * * * ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA * * *      '
PRINT *, '      * * * SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION * * *      '
PRINT *, '      * * * MAESTRIA EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA * * *      '
PRINT *, '          '
PRINT *, '>>>PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA EL CALCULO DE ASIGNACION DE UNIDADES '
PRINT *, '          Y MODOS DE OPERACION PARA CENTRALES DE CICLO COMBINADO      '
PRINT *, '          POR EL METODO DE RELAJACION DE LAGRANGE<<<          '
PRINT *, '          '
PRINT *, '          '
PRINT *, '          JESUS CALDERON ROJAS '
PRINT *, '*****'

!*****
!LEER LOS DATOS DESDE UN ARCHIVO
!PRINT *, 'DAME EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS'
!READ (*,*) ADATOS
!OPEN (UNIT=1, FILE=ADATOS)
!*****
OPEN(UNIT=1, FILE='archivo.dat')
OPEN(UNIT=2, FILE='archivo.res')
READ(1,*) n_gen, n_etapas, n_func
ALLOCATE(tipo(n_gen))
ALLOCATE(n_mod(n_gen))
ALLOCATE(kt(3, n_func))
ALLOCATE(cte(3, n_gen))
ALLOCATE(pmin(n_func), pmax(n_func))
ALLOCATE(demanda(n_etapas))

!*****
!SENTENCIA PARA LEER EL TIPO DE PLANTA 1=TERMICA CONVENCIONAL, 2=CICLO
COMBINADO
!*****
DO i=1, n_gen
READ(1,*) tipo(i)
END DO

```

```

!*****
!SENTENCIA PARA LEER EL NUMERO DE CONFIGURACIONES POR PLANTA CASO CICLOS
COMBINADOS
!*****
DO i=1,n_gen
  READ(1,*) n_mod(i)
END DO
!*****
!SENTENCIA PARA LEER EL ARREGLO DE COEFICIENTES DE LAS FUNCIONES DE CADA
GENERADOR, Y LOS ORDENA EN FORMA MATRICIAL
!*****
READ(1,*) ((kt(i,j),i=1,3),j=1,n_func)
!*****
!SENTENCIA PARA LEER LOS LIMITES DE GENERACIÓN
!*****
DO i=1, n_func
  READ(1,*) pmin(i),pmax(i)
END DO
!*****
!SENTENCIA PARA LEER LA DEMANDA
!*****
DO i=1,n_etapas
  READ(1,*) demanda(i)
END DO
WRITE (*,1) n_gen, n_etapas, n_func
1 FORMAT (3/,5X,'Numero de generadores = ',I3,2/,5X,'Numero de etapas = ',I3,/,2/,5X,'Numero de
funciones = ',I3,/)
PRINT *, 'LAS FUNCIONES DE LOS GENERADORES SON: '
!*****
!IMPRESION DE LAS FUNCIONES DE COSTOS DE CADA GENERADOR
!*****
DO i=1, n_func
  PRINT *, kt(1,i),'* x',i,'2 + ',kt(2,i), '*x',i,'+',kt(3,i)
END DO
PRINT *, ' '
PRINT *, 'LOS LIMITES DE GENERACION SON : '
DO i=1, n_func
  WRITE(*,3) i,pmin(i),pmax(i)
3 FORMAT(3X,'GENERADOR',I3,':',F12.4,'( MW ) <= P(',I3,') <= ',F12.4,'( MW )')
END DO
PRINT *, ' '
PRINT *, ' '
PRINT *, ' '
PRINT *, 'LA DEMANDA POR ETAPAS ES : '
DO i=1, n_etapas
  WRITE(*,4) i,demanda(i)
4 FORMAT(3X,'ETAPA',I3,':',F12.4,'( MW )')
END DO
lambda = 0.0
iteracion = 0
!*****
!COMIENZA LA BÚSQUEDA DE LA SOLUCIÓN DE FORMA ITERATIVA

```

```

!*****
DO WHILE(PARO .NE. 1)
iteracion = iteracion + 1
sum_q = 0.0
sum_jp = 0.0
U = 0
WRITE(2,8) iteracion
WRITE(*,8) iteracion
8 FORMAT(2/, 'ITERACION =', 2X, I5)
DO etapa=1, n_etapas
n_unos = 0
f = 0
c = 0
k = 0
dq = demanda(etapa)
q = demanda(etapa)*lambda(etapa)
sum_p = 0
WRITE(2,9) etapa, lambda(etapa)
! WRITE(*,9) etapa, lambda(etapa)
9 FORMAT(/, 'Etapa', I3, 3X, 'Lambda =', 2X, F8.4)
n = 0
m = 1
restriccion = 0
s_mod = n_mod(1)
!*****
!**CALCULO DE P(i)- POTENCIA DE CADA GENERADOR**
!*****
DO n=1, n_func
!*****
!**AQUÍ SE MUEVE EL VALOR DEL NUMERO DE UNIDAD CON RESPECTO A LOS MODOS DE
OPERACION**
!DONDE AQUÍ m CORRESPONDE AL NUMERO DE UNIDAD Y n AL NUMERO DE FUNCIONES A
ANALIZAR
!*****
IF(n .GT. s_mod) THEN
m = m + 1
s_mod = s_mod + n_mod(m)
END IF
aux = (lambda(etapa) - kt(2,n)) / (2 * kt(1,n))
IF (aux .GE. pmin(n) .AND. aux .LE. pmax(n)) THEN
paux(n) = aux
ELSE IF (aux .LE. pmin(n)) THEN
paux(n) = pmin(n)
ELSE IF (aux .GE. pmax(n)) THEN
paux(n) = pmax(n)
END IF
!WRITE(2,*) 'POTENCIAS AUXILIARES =', paux(n)
!*****
!**CALCULO DE U(i) - DISPONIBILIDAD DE UNIDADES POR ETAPA**
!*****
L = (kt(1,n)*(paux(n)**2) + (kt(2,n)*paux(n)) + kt(3,n) - lambda(etapa)*paux(n)
IF(L .LT. 0.0) THEN

```

```

IF(tipo(m) .EQ. 1)THEN
!WRITE(2,*) ' '
!WRITE(2,*) 'ASIGNE UNIDAD TERMO', m
U(etapa,m) = 1
P(m) = paux(n)
cte(1,m) = kt(1,n)
cte(2,m) = kt(2,n)
cte(3,m) = kt(3,n)
n_unos = n_unos + 1
ELSE IF(tipo(m) .EQ. 2 .AND. restriccion .EQ. 0 .AND. (pmin(n) .LE. demanda(etapa))) THEN
!WRITE(2,*) ' '
!WRITE(2,*) 'ASIGNE UNIDAD CC',m
!WRITE(2,*) 'MODO DE OPERACION',n-1
restriccion = 1
U(etapa,m) = 1
P(m) = paux(n)
cte(1,m) = kt(1,n)
cte(2,m) = kt(2,n)
cte(3,m) = kt(3,n)
n_unos = n_unos + 1
END IF
ELSE IF (L .GT. 0.0) THEN
IF(tipo(m) .EQ. 1)THEN
U(etapa,m) = 0
P(m) = 0.0
ELSE IF(tipo(m) .EQ. 2 .AND . restriccion .EQ. 0)THEN
U(etapa,m) = 0
P(m) = 0.0
END IF
END IF
END DO
WRITE(2,*) ' '
DO i=1, m
q = q + ((cte(1,i)*P(i)**2) + (cte(2,i)*P(i)) + cte(3,i) - lambda(etapa)*P(i))*U(etapa,i)
dq = dq - P(i)*U(etapa,i)
WRITE(2,10) i,P(i),i,U(etapa,i)
10 FORMAT(/,'P(',I5,')= ',F12.4,3X,'U(',I5,')= ',I5,3X)
END DO
WRITE(2,*) "
WRITE(2,*) 'NUMERO DE UNIDADES ASIGNADAS', n_unos
WRITE(2,*) "
WRITE(2,11) dq
11 FORMAT(/,'P_carga - P_generacion = ',F12.4)
!*****
!**GUARDANDO LAS POSICIONES DE LAS UNIDADES ENCENDIDAS**
!*****
ALLOCATE(posicion(n_unos),c_i(n_unos),PD(n_unos))
IF(n_unos .GE. 1)THEN
DO i=1, n_gen
IF(U(etapa,i) .EQ. 1)THEN
k = k + 1
posicion(k) = i

```

```

END IF
END DO
END IF
sum_q = sum_q + q !SUMA DE LA VARIABLE DUAL POR ETAPA
IF(dq .LT. 0) THEN
alfa = 0.002
ELSE IF (dq .GT. 0) THEN
alfa = 0.01
END IF
lambda(etapa) = lambda(etapa) + dq * alfa
!*****
!AQUI COMIENZA LA SOLUCION DEL SISTEMA EN CADA ETAPA
!*****
IF(dq .LT. 0) THEN
IF(n_unos .EQ. 1) THEN
PD(1) = P(posicion(1))
PD(1) = demanda(etapa)
n_lambda = 2*cte(1,posicion(1))*PD(1) + cte(2,posicion(1))
ELSE IF(n_unos .GT. 1) THEN
DO i=1, n_unos
PD(i) = P(posicion(i))
WRITE(2,*) PD(i)
sum_p = sum_p + PD(i)
c_i(i) = 2*cte(1,posicion(i))*PD(i) + cte(2,posicion(i))
IF(i .EQ. 1) THEN
c_max = c_i(i)
pos_max = i
ELSE IF(i .GT. 1 .AND. c_max .LT. c_i(i)) THEN
c_max = c_i(i)
pos_max = i
END IF
END DO
WRITE(2,*) 'LA MAQUINA MAS CARA ES:',pos_max
WRITE(2,*) 'POTENCIA TOTAL GENERADA:',sum_p
WRITE(2,*) 'PD ANTES DE CALCULO=', PD(pos_max)
WRITE(2,*) sum_p,'-',demanda(etapa),'=', sum_p - demanda(etapa)
WRITE(2,*) PD(pos_max),'-',sum_p - demanda(etapa),'=', PD(pos_max)-(sum_p - demanda(etapa))
PD(pos_max) = PD(pos_max) - (sum_p - demanda(etapa))
IF(i .NE. pos_max) THEN
PD(i) = P(posicion(i))
END IF
END DO
END IF
WRITE(2,*) 'POTENCIAS DESPACHADAS ='
DO i=1, n_unos
WRITE(2,*) PD(i)
END DO
WRITE(2,*) 'IMPRIMIENDO COSTO INCREMENTAL RESULTANTE =',n_lambda
jp = demanda(etapa)*n_lambda
DO i=1, n_unos
jp = jp + (cte(1,posicion(i))*(PD(i)**2) + cte(2,posicion(i))*PD(i) + cte(3,posicion(i)) - n_lambda*PD(i))
END DO

```

```
WRITE(2,*) 'jp = ', jp
ELSE IF(dq .GT. 0)THEN
jp = 10000
END IF
DEALLOCATE(posicion, c_i, PD)
sum_jp = sum_jp + jp
END DO
IF(sum_q .EQ. 0)THEN
d_gap = 10000
ELSE IF(sum_q .GT. 0)THEN
d_gap = (sum_jp - sum_q)/sum_q
WRITE(2,*) 'DUAL GAP',d_gap
END IF
IF((abs(d_gap))<=0.06 .OR. iteracion==15)THEN
PARO = 1
ELSE IF((abs(d_gap))>0.06)THEN
PARO = 0
END IF
END DO
WRITE(2,*) 'COMBINACION BINARIA RESULTANTE:'
do i=1,n_etapas
DO j=1,n_gen
WRITE(2,*) U(i,j)
END DO
END DO
END PROGRAM AUCC
```

Apéndice H

SUBROUTINA AUCC_APROX.f90

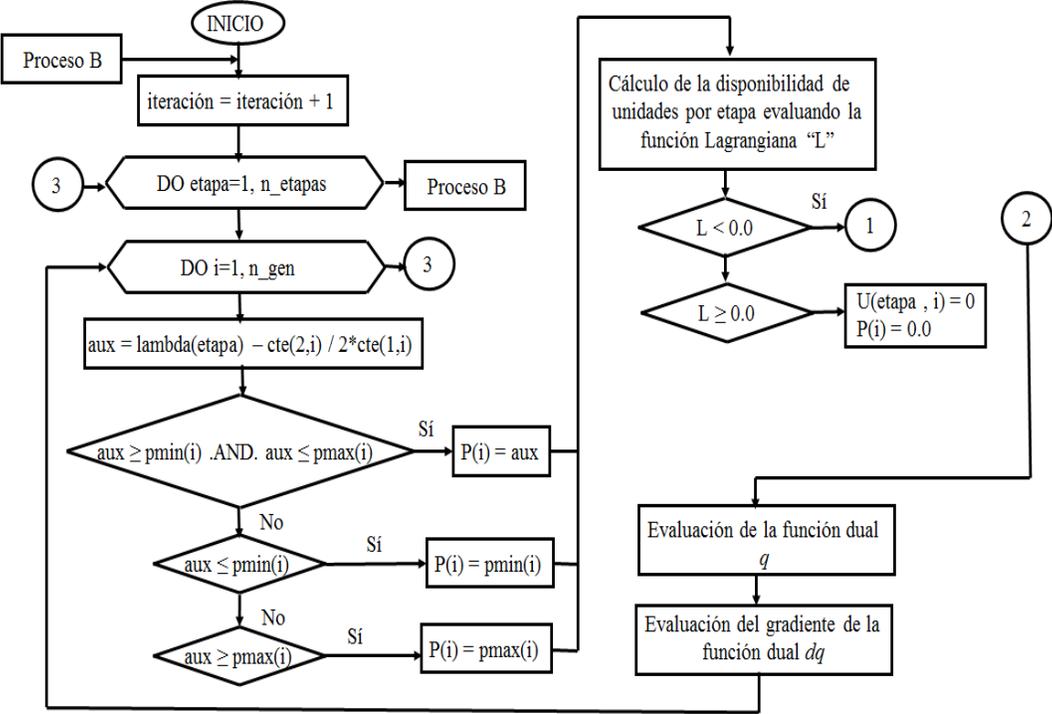


Figura H.1: Diagrama de flujo de la subrutina AUCC_APROX.f90.

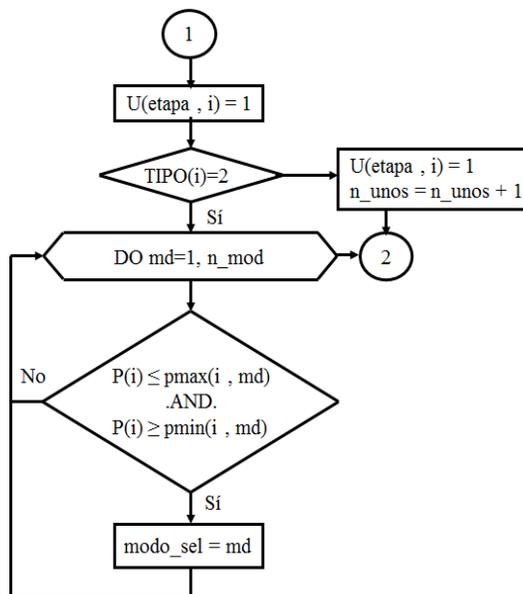


Figura H.2: Diagrama de flujo de la subrutina AUCC_APROX.f90.

SUBROUTINE AUCC_APROX

```

USE MSIMSL
USE mData01
USE mData02
IMPLICIT NONE
REAL, ALLOCATABLE :: X(:)
REAL :: aux, L, dq, alfa, q, sum_q, jp, sum_jp, d_gap, sum_p
INTEGER, ALLOCATABLE :: posicion(:)
INTEGER :: i, j, etapa, iteracion, n_unos, mod_sel, md, f, c, k, PARO
ALLOCATE(P(n_gen), U(n_etapas, n_gen), lambda(n_etapas))
lambda = 0.0
iteracion = 0
DO WHILE(PARO .NE. 1)
iteracion = iteracion + 1
sum_q = 0.0
sum_jp = 0.0
U=0
WRITE(2,8) iteracion
8 FORMAT(2/, 'ITERACION =', 2X, I5)
DO etapa=1, n_etapas
n_unos = 0
f = 0
c = 0
k = 0
sum_p = 0.0

```

```

dq = demanda(etapa)
q = demanda(etapa)*lambda(etapa)
WRITE(2,9) etapa,lambda(etapa)
9 FORMAT(/,'Etapa',I3,3X,'Lambda =',2X,F8.4)
DO i=1,n_gen
!*****
!**CALCULO DE P(i)- POTENCIA DE CADA GENERADOR**
!*****
aux = (lambda(etapa) - cte(2,i)) / (2 * cte(1,i))
IF (aux .GE. pmin(i) .AND. aux .LE. pmax(i)) THEN
P(i) = aux
ELSE IF (aux .LE. pmin(i)) THEN
P(i) = pmin(i)
ELSE IF (aux .GE. pmax(i)) THEN
P(i) = pmax(i)
END IF
!*****
!**CALCULO DE U(i) - DISPONIBILIDAD DE UNIDADES POR ETAPA**
!*****
L = (cte(1,i)*(P(i))**2) + (cte(2,i)*P(i)) + cte(3,i) - lambda(etapa)*P(i)
IF(L .LT. 0.0) THEN
IF(n_unos .EQ. 0)THEN
U(etapa,i) = 1
IF((tipo(i) .EQ. 2))THEN
DO md=1, n_mod(i)
IF(P(i) .LE. limax(i,md) .AND. P(i) .GE. limin(i,md))THEN
modo_sel(i) = md
END IF
END DO
END IF
n_unos = n_unos+1
sum_p = sum_p + P(i)
else IF(n_unos .GE. 1 .AND. sum_p .LE. demanda(etapa))THEN
U(etapa,i) = 1
n_unos = n_unos+1
sum_p = sum_p + P(i)
ELSE IF(sum_p .GT. demanda(etapa))THEN
U(etapa,i) = 0
P(i) = 0.0
END IF
ELSE IF (L .GT. 0.0) THEN
U(etapa,i) = 0
P(i) = 0.0
END IF
q = q + ((cte(1,i)*(P(i))**2) + (cte(2,i)*P(i)) + cte(3,i) - lambda(etapa)*P(i))*U(etapa,i)
dq = dq - P(i)*U(etapa,i)
WRITE(2,10) i,P(i),i,U(etapa,i)
10 FORMAT(/,'P(',I5,')= ',F12.4,3X,'U(',I5,')= ',I5,3X)
END DO
WRITE(2,11) dq
11 FORMAT(/,'P_carga - P_generacion = ',F12.4)
!*****

```

```

!***GUARDANDO LAS POSICIONES DE LAS UNIDADES ENCENDIDAS**
!*****
ALLOCATE(posicion(n_unos))
IF(n_unos .GE.1)THEN
DO i=1, n_gen
IF(U(etapa,i) .EQ. 1)THEN
k = k + 1
posicion(k) = i
END IF
END DO
END IF
sum_q = sum_q + q
IF(dq .LT. 0) THEN
alfa = 0.002
ELSE IF (dq .GT. 0) THEN
alfa = 0.01
END IF
lambda(etapa) = lambda(etapa) + dq * alfa
!*****
!***LLAMADA
DE LA SUBROUTINA DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA PRIMAL CON LAS UNIDADES ASIGNADAS***
!*****
CALL DEG
jp = demanda(etapa)*X(n_unos+1)
DO i=1, n_unos
jp = jp + ((cte(1,posicion(i))*(X(i))**2) + (cte(2,posicion(i))*X(i) + cte(3,posicion(i)) - X(n_unos+1)*X(i))
END DO
ELSE IF(dq .GT. 0)THEN
jp = 40000
END IF
DEALLOCATE(A,b,X,posicion)
sum_jp = sum_jp + jp
END DO
IF(sum_q .EQ. 0)THEN
d_gap = 40000
ELSE IF(sum_q .GT. 0)THEN
d_gap = (sum_jp - sum_q)/sum_q
WRITE(2,*) 'DUAL GAP', d_gap
END IF
IF((abs(d_gap)) .LE. 0.06 .OR. iteracion .EQ. 30)THEN
PARO = 1
ELSE IF((abs(d_gap)) .GT. 0.06)THEN
PARO = 0
END IF
END DO
WRITE(2,*) 'COMBINACION BINARIA RESULTANTE:'
DO i=1,n_etapas
DO j=1,n_gen
WRITE(2,*) U(i,j)
END DO
END DO
END SUBROUTINE AUCC_APROX

```